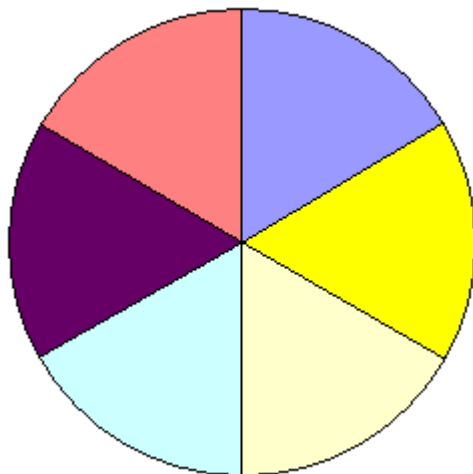


TEMA 4 FRACCIONES

¿Cuántos colores diferentes ves en el dibujo que tienes debajo?



Seguramente has contado bien y son seis colores diferentes. A un círculo lo hemos dividido en seis partes iguales, cada una con un color diferente y ocupa la sexta parte del círculo.

Es como si a 1, **que es todo el círculo**, lo hubiésemos dividido en

6 partes iguales. Por eso, cada trozo, vale $\frac{1}{6}$ de todo el círculo. La

suma de todos los trozos :

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1+1+1+1+1+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

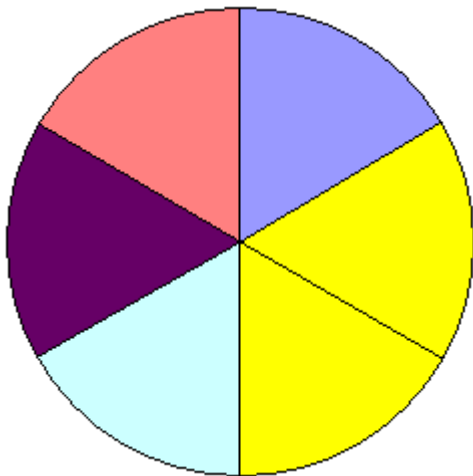
A cada parte en las que hemos dividido al círculo se llama **fracción, porción o trozo, etc.**, nos quedamos con la palabra **fracción**.

Una fracción tiene tres partes: $\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$

1) El numerador te indica cuantas partes tomas después de haber dividido un objeto en partes iguales.
En el dibujo anterior el trozo amarillo es una parte. La porción en azul es otra parte.

2) El denominador te indica el total de trozos iguales en que hemos dividido el objeto.

3) Entre los dos valores anteriores se dibuja una raya horizontal para que queden separados.



Tienes a la izquierda el objeto, en este caso, un círculo dividido en 5 colores diferentes. El amarillo se repite.

Esto quiere decir, que del objeto, de todo el círculo, tomamos 2 partes. Escribiremos:

En el numerador, las partes que tomo: 2

En el denominador, las partes en las que he dividido al círculo: 6

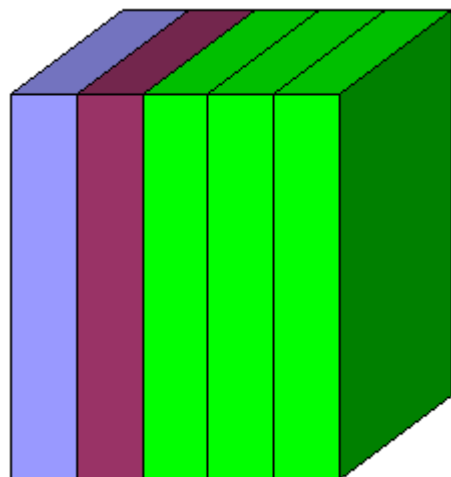
La fracción la escribiremos: $\frac{2}{6}$

En la caja que tienes a tu derecha el color verde podemos representar en forma de fracción del modo siguiente:

$$\frac{3}{5}$$

¿Por qué?

A la caja, al objeto, lo hemos dividido en 5 partes iguales. Toda la caja vale 1



y cada trozo $\frac{1}{5}$ de la caja. Si cada trozo de color verde es $\frac{1}{5}$ de

toda la caja, los tres trozos de color verde valdrán:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1+1+1}{5} = \frac{3}{5}$$

Hemos tomado 3 partes (las de color verde) y de esta forma ya tenemos el numerador.

En el denominador, acuérdate que se escribe el total de partes en que hemos dividido al objeto. En este caso, 5 porciones o partes. Nos falta comentar que entre ambos valores hemos de trazar una raya horizontal.

4.1 Observa el dibujo que tienes más abajo. Representa un depósito de agua. Lo que está en azul te indica la parte que tiene agua. El resto, está vacío. ¿Cómo escribirías en forma de fracción el contenido de agua? Y ¿Cómo la parte vacía?

Respuesta 1ª: $\frac{3}{5}$

Respuesta 2ª: $\frac{2}{5}$

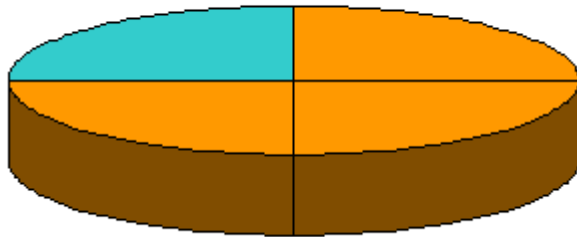
4.2 ¿Qué significa, cómo escribimos y cómo representarías gráficamente la fracción resultante de la frase: “Mis hermanos y yo nos hemos comido las 3 cuartas partes de la tarta”

Respuestas: a) A la tarta la hemos dividido en 4 partes.

b) Hemos tomado 3 partes.

$$\frac{\text{número de partes que hemos tomado}}{\text{número total de partes}} = \frac{3}{4}$$

c) el dibujo podría ser:



Nos hemos tomado todo menos lo que está en azul.

FRACCIONES PROPIAS E IMPROPIAS:

Se llaman fracciones propias a las que el numerador es más

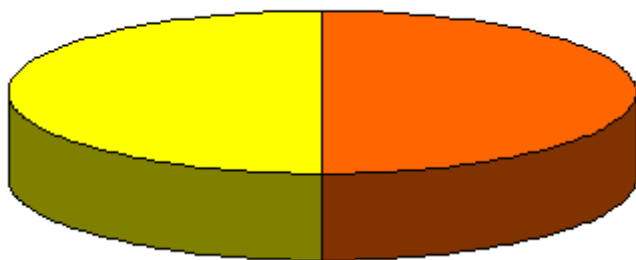
pequeño que el denominador: $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{13}$

Las impropias son las que el denominador es mayor que el

numerador: $\frac{5}{3}$, $\frac{11}{7}$, $\frac{19}{13}$

FRACCIONES EQUIVALENTES:

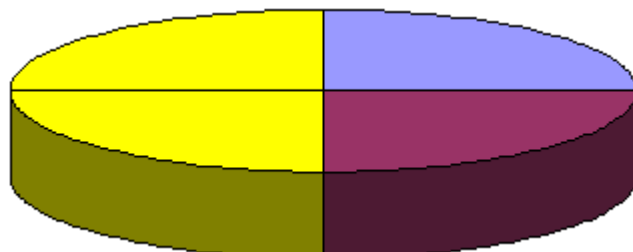
Cuando dos o más fracciones representan la misma cantidad estamos hablando de fracciones equivalentes:



Con el dibujo a la izquierda representamos una tarta. En amarillo, la parte que tomamos. Comprobarás que se trata de la mitad de la

tarta, que en forma de fracción escribiremos: $\frac{1}{2}$

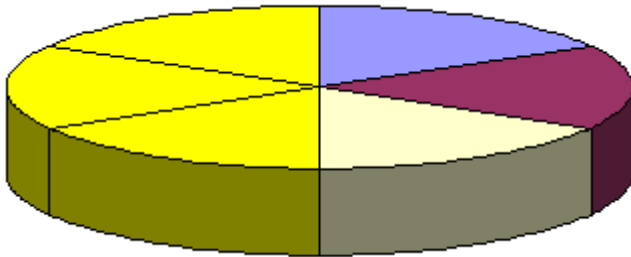
Verás en el dibujo de la derecha la misma tarta, pero la hemos dividido en cuatro partes. De esas 4 partes tomamos dos (en amarillo). La verdad es



que lo que está en amarillo (las partes tomadas) representa la mitad de la tarta. Estas dos partes que tomamos podemos

escribirlas $= \frac{2}{4}$

Vemos que $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ representan la misma cantidad (la mitad de la tarta), son iguales y también las llamamos equivalentes.



A la izquierda ves que a la tarta la hemos dividido en 6 partes y de esas 6, tomamos 3.

Esta cantidad la

representamos: $\frac{3}{6}$

Podemos decir que: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$ representan a la misma cantidad

de tarta. Estas fracciones por representar al mismo valor (la mitad de la tarta en nuestro caso) se llaman **fracciones equivalentes**.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$ podemos calcular, a partir de la primera fracción,

multiplicando al numerador y al denominador por el mismo número; por 2 para la segunda fracción y por 3 para conseguir la tercera.

4.3 Escribe 4 fracciones equivalentes a $\frac{2}{5}$.

Solución:

Si al numerador y denominador de la fracción $\frac{2}{5}$ multiplicas por el mismo número, obtienes una fracción equivalente: $\frac{10}{25}$. Hemos multiplicado por 5 al numerador y al denominador.

$\frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ es otra fracción equivalente a $\frac{2}{5}$. De este modo conseguirás todas las fracciones equivalentes que te pidan.

4.4 Escribe 3 fracciones equivalentes a $\frac{12}{36}$ pero con números más pequeños.

Solución:

Si quiero obtener una fracción equivalente con números más pequeños, en lugar de multiplicar a los dos términos de la fracción por un número, los divido por un mismo número.

A 12 y 36 les puedo dividir por 2, 3 4, 6.....

Respuestas:

$\frac{12 : 2}{36 : 2} = \frac{6}{18}$ Una fracción equivalente a $\frac{12}{36}$ es $\frac{6}{18}$ que como ves, los números 6 y 18, son menores a 12 y 36.

Otra fracción equivalente a $\frac{12}{36}$ sería $\frac{12 : 3}{36 : 3} = \frac{4}{12}$

Puedes hallar otras respuestas dividiendo a los dos términos de $\frac{12}{36}$ por 4, 6 y 12

$\frac{6}{18}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{2}{6}$ y $\frac{1}{3}$ son fracciones equivalentes.

LAS FRACCIONES EQUIVALENTES TE PERMITEN HACER OPERACIONES MÁS SENCILLAS. NO ES LO MISMO ESTAR HACIENDO

OPERACIONES CON $\frac{6}{18}$ QUE CON $\frac{1}{3}$ SABIENDO QUE OBTIENES LOS MISMOS RESULTADOS.

4.5 ¿Son equivalentes las fracciones $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$?

Respuesta:

Sí, porque si multiplicas por 2 al numerador y denominador de la

fracción $\frac{3}{5}$ obtienes $\frac{6}{10}$

4.6 ¿Son equivalentes $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{15}$ y $\frac{6}{9}$?

Respuestas:

Sí a los dos términos de la fracción $\frac{4}{6}$ divides por 2 obtienes: $\frac{2}{3}$

Sí a los dos términos de la fracción $\frac{4}{6}$ divides por 2 y a los

valores hallados los multiplicas por 5 obtienes: $\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$

Sí a los dos términos de la fracción $\frac{4}{6}$ divides por 2 y a los

valores hallados los multiplicas por 3 obtienes: $\frac{6}{9}$

4.7 ¿Son equivalentes $\frac{15}{30}$ y $\frac{45}{85}$?

Respuesta: No son equivalentes. Para obtener 45 hemos multiplicado a 15 por 3. Si multiplicas a 30 por 3 nos da 90 y no 85.

4.8 ¿Podrías escribir una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ pero cuyo numerador sea 6?

Respuesta:

Sí para ello multiplico al numerador y al denominador por 3 y

obtengo: $\frac{6}{9}$

4.9 Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ pero cuyo numerador sea 16.

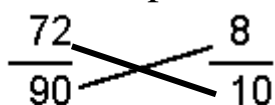
Respuesta:

Tendría que multiplicar al numerador y al denominador por 8:

$$\frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24}$$

¿CÓMO SABER SI DOS FRACCIONES SON EQUIVALENTES DE UN MODO RÁPIDO?

Basta multiplicar los números en forma cruzada.


$$\frac{72}{90} \quad \frac{8}{10}$$

Multiplicamos los términos en cruz

Si $72 \times 10 = 8 \times 90$
las fracciones son
equivalentes.

Vemos que en ambos casos los productos valen 720, luego

$$\frac{72}{90} \text{ y } \frac{8}{10} \text{ son equivalentes}$$

Repetimos de otro modo:

Tenemos dos fracciones: $\frac{3}{5}$ y $\frac{12}{20}$

Si los productos de 3×20 y 5×12 dan el mismo resultado, las fracciones son equivalentes, en el caso de que los resultados de los productos fueran distintos, las fracciones no serían equivalentes.

4.10 ¿Por qué siempre debo multiplicar o dividir por un mismo número al numerador y al denominador?

Respuesta:

Porque si solamente multiplico o divido al numerador o al denominador el valor de la fracción varía y como tiene que ser equivalente, su valor no ha de variar.

Ejemplo: Tenemos la fracción $\frac{6}{9}$. Si efectúo la división tengo por cociente 0,66.

Si al numerador le divido por 3 tendría: $\frac{6:3}{9} = \frac{2}{9} = 0,22$

que como ves, los cocientes que hemos hallado: 0,66 y 0,22 no son iguales, luego esto que acabamos de hacer, está mal.

Tenemos que multiplicar o dividir al numerador y al

denominador por el mismo número: $\frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3} = 0,66$

Como ves, $\frac{6}{9}$ y $\frac{2}{3}$ son equivalentes. Sus cocientes son iguales a 0,66.

4.11 Transforma a $\frac{3}{7}$ en una fracción equivalente pero con un numerador igual a 15.

Respuesta: $\frac{15}{35}$

Solución:

Para que el numerador sea igual a 15, tendré que multiplicarle por 5 y también por esta cantidad al denominador.

4.12 Transforma a $\frac{6}{7}$ y a $\frac{2}{5}$ en otras fracciones equivalentes, pero que los numeradores sean iguales.

Respuesta: $\frac{12}{14}$ y $\frac{12}{30}$

Solución:

Si multiplico a los dos términos de $\frac{6}{7}$ por 2: $\frac{6 \times 2}{7 \times 2} = \frac{12}{14}$

Tengo una fracción equivalente a $\frac{6}{7}$

Si multiplico a los dos términos de $\frac{2}{5}$ por 6: $\frac{2 \times 6}{5 \times 6} = \frac{12}{30}$

$\frac{2}{5}$ y $\frac{12}{30}$ son equivalentes.

En los dos casos tengo, además de fracciones equivalentes

$\frac{6}{7}$ y $\frac{2}{5}$ fracciones con el mismo numerador:

$\frac{12}{14}$ y $\frac{12}{30}$

4.13 Calcula fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ pero que tengan el mismo número como denominador las nuevas fracciones .

Respuesta: $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$

Solución:

Si al denominador 2 multiplicamos por 6 obtenemos 12 como resultado.

Si al denominador 3 multiplicamos por 4 obtenemos 12 como resultado.

Si al denominador 4 multiplicamos por 3 obtenemos 12 como resultado.

Esto quiere decir que a los dos términos de $\frac{1}{2}$ tenemos que

multiplicar por 6. Nos queda: $\frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12}$

Que a los dos términos de $\frac{2}{3}$ tenemos que multiplicar por 4. Nos

queda: $\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

Que a los dos términos de $\frac{3}{4}$ tenemos que multiplicar por 3. Nos

$$\text{queda: } \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

Respuesta: Las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ con denominador igual, en este caso a 12, son:

$$\frac{6}{12}, \frac{8}{12} \text{ y } \frac{9}{12}$$

4.14 Calcula las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ (problema anterior) que tengan el mismo denominador, en este caso, 24.

Solución:

Tomando la respuesta del ejercicio anterior (4.13) te basta multiplicar al numerador y denominador de cada fracción por 2. De este modo ya tienes los denominadores iguales a 24 y las fracciones serían:

$$\frac{6 \times 2}{12 \times 2} = \frac{12}{24}, \frac{8 \times 2}{12 \times 2} = \frac{16}{24} \text{ y } \frac{9 \times 2}{12 \times 2} = \frac{18}{24}$$

4.15 Calcula tres fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ de modo que tengan iguales los numeradores.

$$\text{Respuesta: } \frac{12}{24}, \frac{12}{18}, \frac{12}{16}$$

Solución:

Puedo tomar el número 12 como numerador para las tres fracciones.

Al numerador y denominador de $\frac{1}{2}$ tendría que multiplicarles por 12.

Al numerador y denominador de $\frac{2}{3}$ tendría que multiplicarles por 6.

Al numerador y denominador de $\frac{3}{4}$ tendría que multiplicarles por 4.

Respuesta: Las fracciones equivalentes a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ con

numerador 12 son: $\frac{12}{24}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{12}{16}$

4.16 ¿Podría tomar como numerador para $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ el número 25 en lugar de 12 como lo hemos hecho en el ejercicio anterior?

Respuesta:

No, porque no hay ningún número entero que multiplicado por 2 ó 3 obtengamos 25.

SENCILLA MANERA PARA BUSCAR FRACCIONES EQUIVALENTES CON EL MISMO NÚMERO, EN EL NUMERADOR O DENOMINADOR:

4.17 Supongamos que tenemos las fracciones $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{7}$ y $\frac{3}{13}$.

Queremos buscar unas fracciones equivalentes a ellas pero con el mismo numerador.

Lo más sencillo es buscar un múltiplo de 4, 6 y 3 a la vez, y además, que ese múltiplo sea el más pequeño.

Como habrás notado, estamos hablando del m.c.m.(4,6,3)

$$4 = 2^2$$

$$6 = 3 \times 2$$

$$3 = 3(\text{es -- primo})$$

$$\text{m.c.m.}(4, 6, 3) = 2^2 \times 3 = 12$$

La primera fracción $\frac{4}{9}$ para convertirla en otra equivalente pero

con valor 12 como numerador, tengo que multiplicar al

numerador y denominador por 3: $\frac{4 \times 3}{9 \times 3} = \frac{12}{27}$

La segunda fracción $\frac{6}{7}$ para convertirla en otra equivalente pero

con valor 12 como numerador, tengo que multiplicar al

numerador y denominador por 2: $\frac{6 \times 2}{7 \times 2} = \frac{12}{14}$

La tercera fracción $\frac{3}{13}$ para convertirla en otra equivalente pero con valor 12 como numerador, tengo que multiplicar al numerador y denominador por 4: $\frac{3 \times 4}{13 \times 4} = \frac{12}{52}$

4.18 Si tienes las fracciones: $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{7}$ a ver si encuentras otras equivalentes con el mismo valor en el numerador:

El m.c.m.(4,2,6) = 12

$$\begin{array}{l} \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15} \\ \text{Respuesta: } \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18} \\ \frac{6 \times 2}{7 \times 2} = \frac{12}{14} \qquad \frac{12}{15}, \frac{12}{18} \text{ y } \frac{12}{14} \end{array}$$

REDUCIR FRACCIONES A UN DENOMINADOR COMÚN O ESCRIBIR LOS DENOMINADORES CON EL MISMO NÚMERO:

Es muy importante que sepas escribir una o más fracciones que te den en otras equivalentes con el mismo denominador.

Es lo que últimamente has estado haciendo.

SENCILLO MÉTODO PARA CALCULAR EL m.c.m. DE VARIOS NÚMEROS:

4.19 Supongamos que tienes las fracciones: $\frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{2}{4}$

Como queremos reducir las fracciones a un común denominador tendremos que calcular el m.c.m.(9,5,10,4).

Un modo rápido del cálculo es:

- 1° Escribes los denominadores un poco separados.
- 2° Traza unas rayas verticales por delante de cada número
- 3° Coloca el primer número primo después del 1 que es el 2
- 4° Si el número de cada columna es divisible por 2 lo divides por este número y lo escribes, y si no lo es, trazas una pequeña raya.

Mira si puedes dividir a los nuevos números de cada columna otra vez por 2.

Cuando en alguna columna hayas escrito un 1, a esa columna no hay que volver más, te olvidas de ella y pasas al siguiente número primo.

5° Terminado con el 2, escribes debajo, el siguiente número primo que es el 3 y divides por este número cada número que se encuentre en cada columna. Si no es múltiplo o divisible por 3 trazas una pequeña raya.

6° Luego escribirías el 5, vuelves a hacer lo anterior.

7° Cuando todas las columnas, menos la primera, tengan como último valor hallado el 1, significa que ya hemos terminado y el m.c.m. es el producto de todos los números primos que hayas utilizado (primera columna):

	9	5	10	4
2	-	-	5	2
2	-	-	-	1
3	3	-	-	
3	1	-	-	
5		1	1	

$$\text{El m.c.m.}(9,5,10,4) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

4.20 Calcula por el método del ejercicio anterior el m.c.m.(3,5,10,15)

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & 3 & 5 & 10 & 15 \\ 2 & - & - & 5 & - \\ 3 & \mathbf{1} & - & - & 5 \\ 5 & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{array}$$

Respuesta: $\text{m.c.m.}(3,5,10,15) = 2 \times 3 \times 5 = 30$

4.21 Calcula por el método anterior el m.c.m.(14,21,42,63)

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & 14 & 21 & 42 & 63 \\ 2 & 7 & - & 21 & - \\ 3 & - & 7 & 7 & 21 \\ 3 & - & - & - & 7 \\ 7 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{array}$$

Respuesta: El $\text{m.c.m.}(14,21,42,63) = 2 \times 3^2 \times 7 = 126$

SUMAR Y RESTAR FRACCIONES:

Para poder sumar y restar fracciones, los denominadores tienen que ser iguales y entonces se suman y restan los numeradores.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2+4-3}{5} = \frac{6-3}{5} = \frac{3}{5}$$

4.22 Calcula: $\frac{7}{12} + \frac{5}{12} + \frac{10}{12} - \frac{19}{12} =$

Respuesta: $\frac{3}{12}$

SUMAR Y RESTAR FRACCIONES CON DENOMINADORES DIFERENTES:

Si los denominadores no son iguales: $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$

Tienes que transformar las fracciones anteriores en otras equivalentes de igual denominador.

Tenemos que tener en cuenta los pasos siguientes:

1) Se busca el mínimo común múltiplo de los denominadores y se pone de denominador de cada una.

El m.c.m.(2,3,4) = 12

$$\frac{\quad}{12} - \frac{\quad}{12} + \frac{\quad}{12} =$$

2) Para hallar cada uno de los nuevos numeradores se divide ese número (12) por el denominador de cada fracción y se multiplica por el numerador correspondiente.

$$\frac{6 \times 1}{12} - \frac{4 \times 2}{12} + \frac{3 \times 3}{12} = \frac{6}{12} - \frac{8}{12} + \frac{9}{12}$$

Ya hemos calculado las fracciones equivalentes con igual denominador.

- Finalmente se suman y restan los numeradores y se pone el mismo denominador.

$$= \frac{6 - 8 + 9}{12} = \frac{7}{12}$$

4.23 Calcula: $\frac{5}{8} + \frac{3}{10} - \frac{7}{6} =$

a) Hallamos el m.c.m.(8,10,6):

$$\begin{array}{c|c|c|c} & 8 & 10 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & - & - \\ 2 & \mathbf{1} & - & - \\ 3 & & - & \mathbf{1} \\ 5 & & \mathbf{1} & \end{array}$$

El m.c.m.(8,10,6) = 120

Hallamos las fracciones equivalentes a $\frac{5}{8}, \frac{3}{10}, \frac{7}{6}$ pero con igual denominador que será 120

Escribimos la primera fracción equivalente a $\frac{5}{8}$ con denominador

120. Divides 120 entre 8 y el cociente lo multiplicas por 5:

$$\frac{5 \times 15}{120} = \frac{75}{120}$$

Escribimos la segunda fracción equivalente a $\frac{3}{10}$ con denominador 120. Divides 120 entre 10 y el cociente lo multiplicas por 3:

$$\frac{3 \times 12}{120} = \frac{36}{120}$$

Escribimos la tercera fracción equivalente a $\frac{7}{6}$ con denominador

120. Divides 120 entre 6 y el cociente lo multiplicas por 7:

$$\frac{7 \times 20}{120} = \frac{140}{120}$$

Ahora, con las fracciones equivalentes podemos hacer las operaciones de suma y resta:

$$\frac{75}{120} + \frac{36}{120} - \frac{140}{120} = \frac{75 + 36 - 140}{120} = \frac{111 - 140}{120} = \frac{-29}{120}$$

4.24 Calcula: $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} + \frac{1}{8} =$

Respuesta: El m.c.m.(5,10,8) = 40

El resultado de la suma y diferencia de fracciones: $\frac{9}{40}$

4.25 Halla el valor de: $\frac{7}{12} + \frac{8}{15} - \frac{2}{5} =$

Respuesta: El m.c.m.(12,15,8) = 60

El resultado de la suma y diferencia de fracciones: $\frac{43}{60}$

4.26 Halla el valor de: $\frac{3}{11} + \frac{21}{22} - \frac{1}{4} - \frac{3}{8} =$

Respuesta: El m.c.m.(11,22,4,8) = 88

El resultado de la suma y diferencia de fracciones: $\frac{53}{88}$

4.27 Halla el valor de: $\frac{12}{13} + \frac{1}{2} - \frac{15}{26} - \frac{5}{8} =$

Respuesta: El m.c.m.(13,2,26,8) = 104

El resultado de la suma y diferencia de fracciones: $\frac{23}{104}$

4.28 Halla el valor de: $\frac{1}{5} + \frac{2}{6} + \frac{3}{8} - \frac{4}{10} =$

Respuesta: El m.c.m.(4,6,8,10) = 120

El resultado de la suma y diferencia de fracciones: $\frac{61}{120}$

PRODUCTO DE FRACCIONES:

Para multiplicar dos o más fracciones, detrás del signo igual trazas una raya y escribes en el numerador el producto de todos los numeradores y como denominador, el producto de todos los denominadores:

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{9} = \frac{21}{36} \text{ y como 21 y 36 son divisibles por 3, dividimos}$$

$$\text{ambos valores por 3: } \frac{21}{36} = \frac{21:3}{36:3} = \frac{7}{12}$$

Antes de escribir una fracción como resultado final observa si puedes simplificar, y si se puede no dejes de hacerlo.

4.29 Calcula $\frac{1}{5} \times \frac{2}{6} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{10} =$

Respuesta simplificada: $\frac{1}{100}$

COMO SE DIVIDEN FRACCIONES:

Puedes hacer de dos maneras y te quedas con la que te parezca mejor:

1.- Se multiplican en cruz:

El numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y este resultado figura como numerador resultante. El denominador es el producto del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda. Lo comprenderás mejor si miras el ejemplo:

Ejemplo: $\frac{3}{4} \div \frac{7}{9}$

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{9} = \frac{3 \times 9}{4 \times 7} = \frac{27}{28}$$

2.- La otra manera de dividir fracciones, todavía es más fácil. A la segunda fracción le inviertes sus términos. Esto quiere decir que donde está el numerador colocas su denominador y donde está el denominador su numerador y después haces lo mismo que para multiplicar fracciones:

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{9} = \frac{3}{4} \times \frac{9}{7} = \frac{27}{28}$$

4.30 Divide de dos maneras las fracciones: $\frac{5}{6} \div \frac{7}{24} =$

Respuesta: $\frac{120}{42} =$ simplificando – por – 6 $= \frac{20}{7}$

HACER OPERACIONES ARITMÉTICAS CON UNA O MÁS FRACCIONES Y UN NÚMERO ENTERO:

Para sumar y restar, por ejemplo:

$$\frac{1}{6} + 5 - \frac{7}{24} =$$

al número entero, el 5, le colocamos un 1 como denominador.

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{1} - \frac{7}{24} =$$

Esto no ha alterado en nada su valor, es el que tenía antes, pero ahora no tenemos dificultad para el cálculo del m.c.m.(6,1,24) que es 24:

$$\frac{1 \times 4}{24} + \frac{5 \times 24}{24} - \frac{7 \times 1}{24} = \frac{4 + 120 - 7}{24} = \frac{117}{24} =$$

simplificando, por, $3 = \frac{39}{8}$

4.31 Calcula: $\frac{1}{4} + 2 - \frac{2}{5} - 3 + \frac{1}{6} =$

Respuesta: $\frac{-59}{60}$ ó $-\frac{59}{60}$

Solución:

El m.c.m.(4, 5, 6) = 60

$$\frac{1 \times 15}{60} + \frac{2 \times 60}{60} - \frac{2 \times 12}{60} + \frac{3 \times 60}{60} + \frac{1 \times 10}{60} =$$

$$= \frac{15 + 120 - 24 - 180 + 10}{60} = \frac{-59}{60}$$

¿A QUÉ LLAMAMOS NÚMERO MIXTO?:

Llamamos número mixto al que tiene una parte entera y otra fraccionaria (una fracción propia –numerador más pequeño que el denominador), por ejemplo:

Una fracción impropia es: $3\frac{1}{6}$

La parte entera es: 3 y la fracción propia: $\frac{1}{6}$.

Un número mixto también es: $1\frac{5}{7}$. Su parte entera es 1 y la fraccionaria $\frac{5}{7}$.

CONVERTIR UN NÚMERO MIXTO EN FRACCIÓN:

Las fracciones que obtenemos al convertir un número mixto siempre son impropias (el numerador mayor que el denominador).

Es muy simple convertir un número mixto en fracción:

MULTIPLICAS EL ENTERO POR EL DENOMINADOR Y LE SUMAS EL NUMERADOR. COMO DENOMINADOR EL MISMO:

$$3\frac{1}{6} = \frac{3 \times 6 + 1}{6} = \frac{19}{6}$$

4.32 Convierte $5\frac{4}{7}$ en fracción impropia:

Convierte $7\frac{1}{3}$ en fracción impropia:

Convierte $8\frac{2}{9}$ en fracción impropia:

Respuestas: $5\frac{4}{7} = \frac{35+4}{7} = \frac{39}{7}$

$$7\frac{1}{3} = \frac{21+1}{3} = \frac{22}{3}$$

$$8\frac{2}{9} = \frac{72+2}{9} = \frac{74}{9}$$

CÓMO CONVERTIR UNA FRACCIÓN IMPROPIA EN NÚMERO MIXTO:

Vamos a hacer una división muy sencilla:

$$\begin{array}{r} 36 \\ 1 \overline{) 5} \end{array}$$

Como ves, 36 entre 5 cabe a 7 y nos queda un resto igual a 1. Podemos continuar haciendo la división poniendo una coma en el cociente y bajando un cero. Pero no lo vamos a hacer.

Vamos a presentar esta división con su parte entera que es el 7 (cociente) y el resto (1) entre el cociente (5) que es la parte de la

división que nos queda sin hacer $\frac{1}{5}$. Como verás, $\frac{1}{5}$ es el

cociente indicado, el cociente sin hacer.

Si juntas la parte entera seguida de la parte fraccionaria tienes el

número mixto: $7\frac{1}{5}$

Si conviertes este número mixto en fracción impropia tendrás:

$$7\frac{1}{5} = \frac{7 \times 5 + 1}{5} = \frac{36}{5} \quad \text{que es la división que hemos hecho}$$

hace un momento.

4.33 Convierte la fracción impropia $\frac{41}{7}$ en un número mixto.

Convierte la fracción impropia $\frac{491}{37}$ en un número mixto.

Convierte la fracción impropia $\frac{91}{11}$ en un número mixto.

Respuestas:

$$\frac{41}{6} \quad \left| \begin{array}{l} 7 \\ \hline 5 \end{array} \right. \longrightarrow 5\frac{6}{7}$$

$$\frac{491}{121} \quad \left| \begin{array}{l} 37 \\ \hline 13 \end{array} \right. \longrightarrow 13\frac{10}{37}$$

10

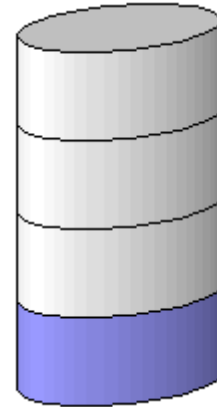
$$\frac{91}{03} \quad \left| \begin{array}{l} 11 \\ \hline 8 \end{array} \right. \longrightarrow 8\frac{3}{11}$$

PROBLEMAS CON FRACCIONES

Recuerda que en una fracción, el denominador indica en cuantas partes iguales hemos dividido la unidad (que puede ser UN pozo, UNA pared, UN poste....) y el numerador indica cuantas partes tomamos del total en que hemos dividido la unidad (el poste, el pozo, la pared...).

4.34 Un depósito cuya capacidad es de 100 litros está lleno de agua. Si sacamos $\frac{3}{4}$ de su capacidad ¿cuántos litros quedan dentro del depósito?

Solución: Imagina que el depósito es el cilindro que tienes a tu derecha. Al cilindro, A LA UNIDAD (el depósito), hemos dividido en 4 partes. ¿Por qué en 4 partes y no en 6, 7, ..? Porque el enunciado del problema nos señala una fracción cuyo denominador es 4.



Cada división equivale a $\frac{1}{4}$ del depósito.

Todo el depósito vale 1 ó

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Lo que tienes en color azul es lo que queda de agua después de haber sacado 3 cuartas partes $\rightarrow \frac{3}{4}$.

Si teníamos 4 partes llenas de agua, y hemos extraído el agua de tres partes, nos queda una cuarta parte es decir, $\frac{1}{4}$ del depósito.

Cuando escuches o leas $\frac{1}{4}$ de 100 ó $\frac{2}{5}$ de 20, etc., LA

PREPOSICIÓN DE significa que tienes que multiplicar la fracción por el entero o el entero por la fracción:

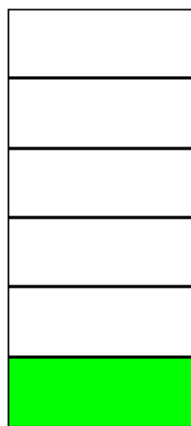
$$\frac{1}{4} \text{ de } 100 = \frac{1}{4} \times 100 = \frac{1 \times 100}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

$$\frac{2}{5} \text{ de } 100 = \frac{2}{5} \times 100 = \frac{2 \times 100}{5} = \frac{200}{5} = 40$$

Respuesta:

Los litros que quedan dentro del depósito serán 25 litros

4.35 Carmen salió de su casa con dinero en el bolsillo. Gastó $\frac{5}{6}$ y



le quedaron 10 € ¿Con cuántos euros salió de casa?

Solución y comentarios:

Representamos todo su dinero con 6 divisiones o rectángulos.

¿Por qué hacemos 6 divisiones y no 4, 6, etc.?

Porque el problema nos habla de fracción cuyo denominador es 6 $\left(\frac{5}{6}\right)$.

Cada rectángulo equivale a $\frac{1}{6}$ de todo su dinero. Esto quiere

decir que, todo su dinero equivale a $\frac{6}{6}$ ó 1.

$$\text{Si tenía } \frac{6}{6} \text{ y gasta } \frac{5}{6}, \text{ le quedan : } \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{6-5}{6} = \frac{1}{6}$$

En la figura, el rectángulo con color verde representa el dinero que le queda, $\frac{1}{6}$ de todo lo que tuvo o como dice el problema, le

quedan 10 euros. Por lo tanto, $\frac{1}{6}$ equivale a 10 €

Si cada rectángulo equivale a 10 euros los seis rectángulos valdrán $6 \times 10 = 60$ €

Vemos que salió de su casa con 60 €

Puedes comprobar que los euros que gastó ascienden a 50 € ¿Por qué?

Si salió de casa con 60 y se quedó con 10 quiere decir que gastó: $60 - 10 = 50$.

Además, si cada rectángulo equivale a 10 € y hay 5 rectángulos en blanco (sin blanca), significa que gastó $5 \times 10 = 50$.

Respuesta: **Salió de su casa con 60 €**

4.36 Dice Juan: “ En mi clase hay 25 estudiantes de los que $\frac{3}{5}$ son chicas”. ¿Cuántos chicas y chicos hay en la clase?

Respuesta: **15 chicas y 10 chicos**

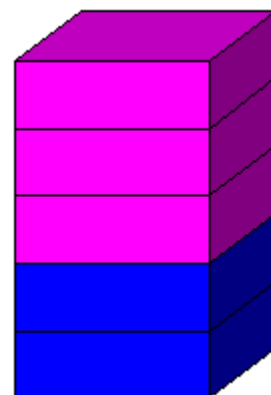
Solución:

El total de estudiantes de la clase representamos con la figura de la derecha.

Hacemos 5 divisiones porque el problema nos habla de una fracción cuyo denominador es 5.

El total de estudiantes representamos con $\frac{5}{5}$

Si las chicas representan $\frac{3}{5}$, los chicos serán



$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$$

Cada división (rosa, chicas, azul, chicos) equivale a $\frac{25}{5} = 5$ estudiantes.

Cada división es $\frac{1}{5}$ del total de estudiantes.

Si hay 3 divisiones rosa quiere decir que hay: $3 \times 5 = 15$ chicas

Si hay 2 divisiones azules quiere decir que hay: $2 \times 5 = 10$ chicos

4.37 La cuarta parte de la longitud de un poste está pintado de rojo, $\frac{1}{3}$ de azul, $\frac{1}{5}$ de amarillo y el resto de verde. ¿Qué fracción de poste representa la parte pintada de verde?



■	1/4 de la longitud del poste
■	1/3 de la longitud del poste
■	1/5 de la longitud del poste
■	13/60 de la longitud del poste

Respuesta: $\frac{13}{60}$

Solución:

Todo el poste representamos con 1 (la unidad, porque hay un solo poste).

De la longitud de este poste, $\frac{1}{4}$ está

pintado de rojo, $\frac{1}{3}$ de azul, $\frac{1}{5}$ de

amarillo. Vamos a calcular la fracción del

poste que está pintado con estos colores:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$$

Calculamos el m.c.m.(4,3,5) y vemos que:

$$4 = 2^2$$

$$3 = 3(\text{es primo})$$

$$5 = 5(\text{es primo})$$

$$\text{m.c.m.}(4, 3, 5) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15 \times 1}{60} + \frac{20 \times 1}{60} + \frac{12 \times 1}{60} = \frac{15 + 20 + 12}{60} = \frac{47}{60}$$

La fracción de poste pintado con rojo, azul y amarillo representa

$$\frac{47}{60} \text{ del poste.}$$

Vemos que el denominador vale 60, esto quiere decir que, todo el

poste tiene $\frac{60}{60}$.

Lo pintado con el color verde calcularemos restando la longitud

total del poste, $\frac{60}{60}$, menos lo que está pintado de rojo, azul y

$$\text{amarillo } \frac{47}{60}: \quad \frac{60}{60} - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$$

La respuesta es: **La fracción pintada de verde equivale a**

$$\frac{13}{60} \text{ de la longitud total del poste.}$$

4.38 Si tienes 2 fracciones con igual denominador, ¿cuál de las dos es mayor?

Respuesta: ***La que tenga mayor numerador.***

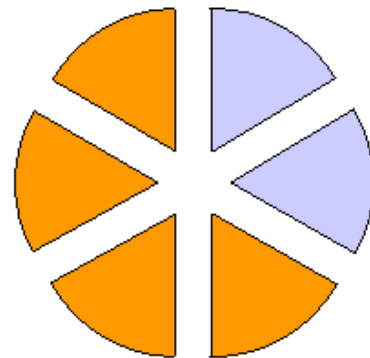
Solución:

Vamos a imaginar que tenemos una tortilla de patatas. La dividimos, la fraccionamos o troceamos en seis trozos o seis partes iguales, cada una de ellas valdrá $\frac{1}{6}$ de la tortilla.

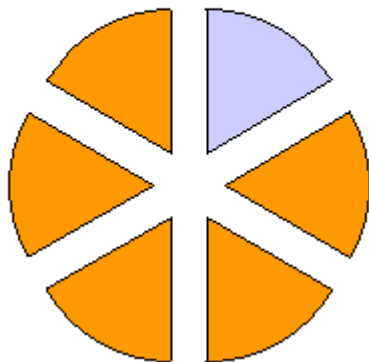
Si tomo dos porciones,
dos fracciones, dos trozos,
quiero decir que cojo:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{6} \text{ de tortilla.}$$

TOMO DOS PORCIONES



TOMO 1 PORCIÓN, FRACCIÓN O TROZO



En el caso de coger una porción,
tomo $\frac{1}{6}$ de la tortilla.

Gráficamente puedo comprobar
que $\frac{2}{6} > \frac{1}{6}$, y si te gusta la
tortilla de patatas ¿con qué trozo
te quedas? (Recuerda que el

signo: $>$ se lee **mayor que** –el valor a la izquierda de este carácter es mayor del que está a su derecha- $4 > 3$. El signo: $<$ se lee **menor que** y significa que lo que se encuentra a su izquierda es menor de lo que está a su derecha- $3 < 4$.)

Respuesta:

En resumen, **dos fracciones con igual denominador, la mayor es la que tiene mayor numerador.**

4.39 Si tienes 2 fracciones con igual numerador, ¿cuál de las dos es mayor?

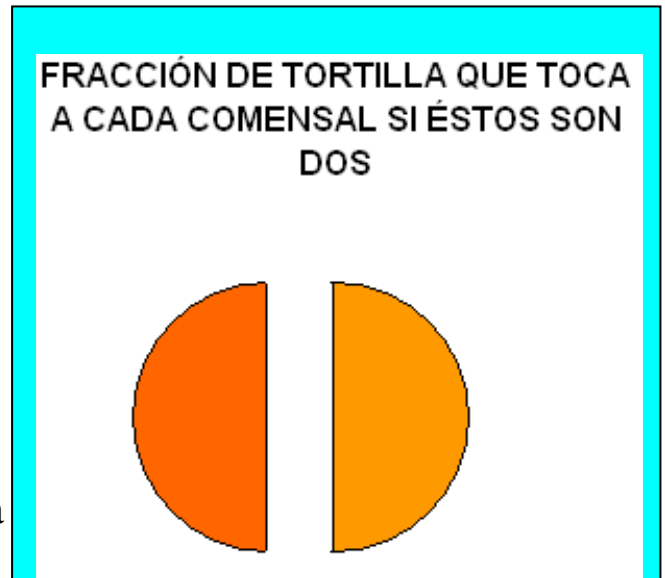
Respuesta: *La que tenga menor denominador.*

Solución:

Volvamos a la tortilla de patatas. Toda la tortilla la representamos con la unidad, es decir, con el 1 (solo tenemos una tortilla).

Si hay dos a comer, a cada uno le toca la mitad, $\frac{1}{2}$ de la tortilla. El numerador te indica toda la tortilla

y el denominador, en cuantas partes tenemos que dividirla.



Si hay tres a comer vemos que a cada uno le toca $\frac{1}{3}$ de la tortilla.

No olvides que el numerador te indica la tortilla entera y el denominador, el número de partes iguales en que la tenemos que fraccionarla, dividirla o trocearla, y si no, ¿con qué trozo te quedarías?.



Respuesta:

No hay nada que discutir, **de dos fracciones con igual numerador es mayor la fracción que tiene MENOR denominador.**

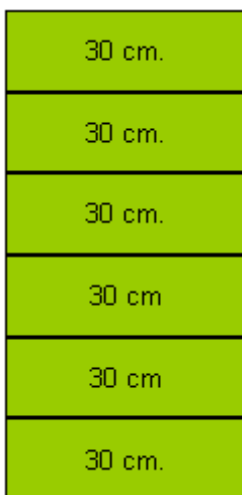
$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

4.40 ¿Qué estatura tiene Jaime si $\frac{1}{6}$ de su altura equivale a 30 centímetros?

Respuesta: **180 centímetros ó 1,80 metros**

Solución:

Como siempre que puedas, trata de ayudarte con un sencillo dibujo:



Tienes a tu izquierda una columna que la hemos dividido en 6 trozos iguales porque nos dice el enunciado del problema que $\frac{1}{6}$ de su estatura equivale a 30 cm.

Si tienes 6 trozos de 30 cm. cada uno la altura total será de $6 \times 30 = 180$ cm. o 1,80 metros.

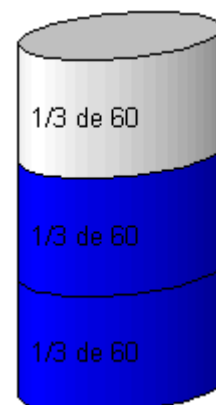
Respuesta: **180 cm. o 1,80 metros.**

4.41 Un depósito en el que caben 60 litros de agua está lleno hasta $\frac{2}{3}$ de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua contiene en este momento?

Respuesta: **40 litros.**

Solución

A la derecha de la página tienes un depósito cilíndrico al que le hemos dividido en tres partes iguales porque el problema nos dice



que está lleno hasta los $\frac{2}{3}$ de su capacidad,

Cada una de las tres divisiones equivale a $\frac{1}{3}$

de su capacidad:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1 = \text{todo} - \text{el} - \text{depósito} \right)$$

Calculas $\frac{1}{3}$ de 60, que es lo mismo que: $\frac{1}{3} \times 60 =$

$$= \frac{60 \times 1}{3} = 20 \text{ litros.}$$

Como cada $\frac{1}{3}$ vemos que equivale a 20 litros y está lleno hasta

los $\frac{2}{3}$ que es lo mismo que $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, esto quiere decir que, el

depósito contiene: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \rightarrow = 20 \text{ litros} + 20 \text{ litros} = 40 \text{ litros}$

Respuesta: 40 litros.

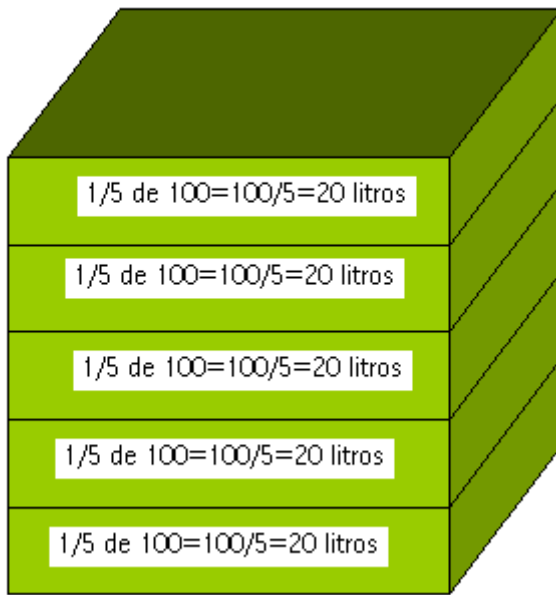
4.42 Un recipiente cúbico de 100 litros de capacidad que estaba

lleno de aceite se han extraído $\frac{2}{5}$ de su capacidad. ¿Cuántos litros

quedan en el depósito?

Respuesta: 60 litros.

Solución:



A un cubo bastante grande lo dividimos en cinco partes. Cada parte o fracción

equivale a $\frac{1}{5}$ de su capacidad. Como su capacidad es de 100 litros, cada fracción o parte

equivale a $\frac{1}{5}$ de 100, es

decir,

$$\frac{1}{5} \text{ de } 100 = \frac{1}{5} \times 100 = \frac{1 \times 100}{5} = 20 \text{ litros}$$

Si $\frac{1}{5}$ equivale a 20 litros, $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 20 + 20 = 40$ litros

Hemos sacado 40 litros, como había 100, todavía quedarán en el depósito: $100 - 40 = 60$ litros.

4.43 Una casa cuesta 300.000 € y otra, los $\frac{5}{6}$ de este valor.

¿Cuánto vale esta segunda casa?

Respuesta: **250000 €**

4.44 Me he gastado los $\frac{3}{5}$ del dinero que tenía al salir de casa y

vuelvo con 40 €. ¿Cuánto dinero gasté y cuánto tenía al salir de casa?

Respuesta: **Salí con 100 € y gasté 60 €**

Solución, por si has tenido dudas:

Si todo el dinero que tenía al salir de casa lo represento con $\frac{5}{5}$,

como ves, la unidad, y de ese dinero me gasto $\frac{3}{5}$, quiere decir

que lo que no he gastado será: $\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

Dice el problema que no gasté 40 €. Esto significa que los $\frac{2}{5}$

del dinero que tenía al salir de casa equivalen a 40 € y si $\frac{2}{5}$ lo

puedes escribir como: $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$, podemos decir que $\frac{1}{5}$ equivale a

20 €.

Salí de casa con $\frac{5}{5}$, es decir, $5 \times \frac{1}{5} = 5 \times 20 = 100 \text{€}$

Si no gasté 40€ significa que gasté $100 - 40 = 60 \text{€}$

Este problema como casi todos, admite más de una solución. Si lo has sacado de otro modo y lo entiendes bien ¡enhorabuena!

4.45 ¿Qué harías para poner en orden creciente las fracciones

siguientes: $\frac{12}{21}, \frac{17}{28}, \frac{31}{35}, \frac{44}{45}$?

Solución:

Si hago cada división:
$$120 \overline{) 21} \\ 150 \quad 0,57$$

03 para obtener el cociente con

dos cifras voy a tardar mucho y a lo mejor, me equivoco al hacer alguna división.

Como sabemos que de dos fracciones con igual denominador es mayor la que tiene mayor numerador, calculamos el m.c.m. de todos los denominadores para de este modo calcular fracciones equivalentes a las que nos propone el problema. Al tener todas las fracciones el mismo denominador, no tenemos ningún problema al ordenarlas de mayor a menor:

Calculamos el m.c.m.(21,28,35,45)

	21	28	35	45
2	-	14	-	-
2	-	7	-	-
3	7	-	-	15
3	-	-	-	5
5	-	-	7	1
7	1	1	1	

$$\text{m.c.m.}(21, 28, 35, 45) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260$$

Las fracciones $\frac{12}{21}, \frac{17}{28}, \frac{31}{35}, \frac{44}{45}$ puedes escribirlas:

$$\frac{12}{21} = \frac{12 \times 60}{1260} = \frac{720}{1260} ; \quad \frac{17}{21} = \frac{720}{1260}$$

$$\frac{17}{28} = \frac{17 \times 45}{1260} = \frac{765}{1260} ; \quad \frac{17}{28} = \frac{765}{1260}$$

$$\frac{31}{35} = \frac{31 \times 36}{1260} = \frac{1116}{1260}; \quad \frac{31}{35} = \frac{1116}{1260}$$

$$\frac{44}{45} = \frac{44 \times 28}{1260} = \frac{1232}{1260}; \quad \frac{44}{45} = \frac{1232}{1260}$$

Las fracciones propuestas ya estaban ordenadas de menor a mayor. Ahora es fácil ver que:

$$\frac{12}{21} < \frac{17}{28} < \frac{31}{35} < \frac{44}{45} \quad \text{porque}$$

$$\frac{720}{1260} < \frac{765}{1260} < \frac{1116}{1260} < \frac{1232}{1260}, \text{ aquí lo vemos claro.}$$

4.46 Escribe de menor a mayor los valores de las fracciones:

$$\frac{5}{6}, \frac{11}{15}, \frac{19}{21}, \frac{29}{35}$$

Respuesta: $\frac{11}{15} < \frac{29}{35} < \frac{5}{6} < \frac{19}{21}$

4.47 Resuelve: $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(1 + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right)$

Respuesta: $\frac{253}{36}$ Fracción mixta: $7\frac{1}{36}$

Solución:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(1 + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3}\right) = \\ \left(\frac{1 \times 6}{6} + \frac{1 \times 3}{6} + \frac{1 \times 2}{6}\right) \left(\frac{1 \times 6}{6} + \frac{3 \times 3}{6} + \frac{4 \times 2}{6}\right) &= \\ \left(\frac{6}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) \left(\frac{6}{6} + \frac{9}{6} + \frac{8}{6}\right) &= \left(\frac{6+3+2}{6}\right) \left(\frac{6+9+8}{6}\right) = \\ \frac{11}{6} \times \frac{23}{6} &= \frac{253}{36} \end{aligned}$$

4.48 Resuelve: $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right) \left(\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}\right)$

Respuesta: $\frac{217}{72}$ y como fracción mixta: $3\frac{1}{72}$

4.49 Resuelve: $1\frac{2}{3} \left(4 - 5\frac{6}{7}\right) : \frac{8}{9} =$

Respuesta: $-3,4821$

Solución:

$$\frac{5}{3} \left(4 - \frac{41}{7} \right) \times \frac{9}{8} = \frac{5}{3} \left(\frac{4 \times 7 - 41}{7} \right) \times \frac{9}{8} =$$

$$\frac{5}{3} \left(\frac{28 - 41}{7} \right) \times \frac{9}{8} = \frac{5 \times (-13) \times 9}{3 \times 7 \times 8} = \frac{-65 \times 3}{56} = \frac{-195}{56} =$$

$$-3,48 = -3 \frac{27}{56} = -3,4821$$

4.50 Resuelve: $\left(\frac{5}{4} - \frac{3}{2} - \frac{3}{5} \right) : \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \right) =$

Respuesta: $\frac{-51}{188}$

4.51 Resuelve: $1 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{\frac{3}{5} + \frac{1}{4}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} =$

Respuesta: $-\frac{43}{40}$

En este ejercicio tienes que dividir dos fracciones, una sobre otra:

Ejemplo: $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}} = \frac{3}{5} : \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10}$

Solución del **4.51**:

$$1 - \frac{3 \times 1}{4 \times 2} - \frac{\frac{4 \times 3}{20} + \frac{1 \times 5}{20}}{\frac{2 \times 3 - 1}{6}} = 1 - \frac{3}{8} - \frac{\frac{12 + 5}{20}}{\frac{3}{6}} =$$

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{\frac{17}{20}}{\frac{3}{6}} = 1 - \frac{3}{8} - \frac{17}{20} : \frac{3}{6} = 1 - \frac{3}{8} - \frac{17}{20} \times \frac{6}{3} =$$

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{102}{60} = 1 - \frac{3}{8} - \frac{51}{30} = \frac{1 \times 120 - 3 \times 15 - 51 \times 4}{120} =$$

$$\frac{120 - 45 - 204}{120} = \frac{-129}{120} = (\text{simplicando}) = \frac{-43}{40}$$

4.52 Calcula: $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}} \times \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{15} \right) : \frac{2}{3} =$

Respuesta: $2 \frac{327}{428}$

Solución:

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}} \times \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{15} \right) : \frac{2}{3} = \frac{\frac{6+4+3}{12}}{\frac{42+35+30}{210}} \times \left(\frac{9+4}{15} \right) \times \frac{3}{2} =$$

$$\frac{\frac{13}{12}}{\frac{107}{210}} \times \frac{13}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{13}{12} \times \frac{210}{107} \times \frac{13}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{13 \times 210 \times 13 \times 3}{12 \times 107 \times 15 \times 2} =$$

$$\text{simplicando} \Rightarrow \frac{1183}{428} = 2 \frac{327}{428}$$

4.53 Calcular de un modo rápido fracciones como: $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}} =$

Tienes una fracción que divide a otra fracción. Puedes escribirla:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 2}$$

Procura memorizar lo siguiente: el 3 y el 5 son los **extremos** (el primero y último de los valores) y los que están entre medio: el 4 y el 2 se llaman **medios** y en divisiones de dos fracciones:

El producto de los extremos se divide por el producto de medios.

En cuanto tienes una fracción dividida por otra, consigues una fracción sencilla que tiene por numerador el producto de los términos extremos y como denominador, el producto de los términos medios.

4.54 Calcula las respuestas de:

$$\text{a) } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{3}{10}}{\frac{20}{30}}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{5}} =$$

$$\text{d) } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{5}} =$$

Respuestas: a) $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

$$\text{b) } \frac{90}{200} = \frac{9}{20}$$

$$c) \frac{2}{3} = \frac{2}{\frac{3}{5}} \quad \text{Verás que el numerador es un entero, no}$$

tiene denominador, nos falta uno de los medios pero le podemos poner el uno y no cambia su valor, y ahora, sí tenemos los dos medios:

$$\frac{2}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = \frac{2 \times 3}{1 \times 3} = \frac{6}{3} = 2$$

Es muy importante que te fijas donde está situado el signo igual (=). Él te indica qué término es el número entero y conviene ponerle la unidad como denominador.

$$d) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{1}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{1}} = \frac{2 \times 1}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{5}} = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$$

4.55 ¿Cuánto vale $\frac{1}{\frac{2}{3}}$ = ?

Respuesta: $\frac{1}{6}$

4.56 ¿Cuánto vale $\frac{1}{\frac{1}{2}}$ = ?

Respuesta: 2

4.57 Calculamos paso a paso: $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} =$

Respuesta: $1\frac{2}{3}$

Solución:

$$1 + \frac{1}{\frac{1 \times 2 + 1}{2}} = 1 + \frac{1}{\frac{2 + 1}{2}} = 1 + \frac{1}{\frac{3}{2}} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{3 + 2}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

4.58 Calcula $1 + \frac{2}{1 + \frac{3}{4}} =$

Respuesta: $\frac{15}{5}$ ó $2\frac{1}{7}$

4.59 Calcular $\frac{\frac{7}{9} \text{ de } \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} =$

Respuesta: $\frac{14}{225}$

Solución:

Recuerda que la preposición **de** en matemáticas significa multiplicar los valores que se encuentran a un lado y otro de dicha preposición.

$$\frac{\frac{7}{9} \text{ de } \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}} = \frac{\frac{7}{45}}{1 + \frac{1}{3-1}} = \frac{\frac{7}{45}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{45}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{7}{45}}{\frac{2+3}{2}} =$$

$$\frac{\frac{7}{45}}{\frac{5}{2}} = \frac{7 \times 2}{45 \times 5} = \frac{14}{225}$$

4.60 Calcula $\frac{\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3}}{1 + \frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{5}} =$

Respuesta: $\frac{10}{69}$

Por si has tenido dudas:

$$\frac{\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3}}{1 + \frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{6}}{1 + \frac{3}{20}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{20+3}{20}} =$$

$$\frac{1}{6} = \frac{20}{6 \times 23} = \frac{10}{3 \times 23} = \frac{10}{69}$$

4.61 Calcula $\left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}} \right) : \left(\frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{6} - \frac{1}{7}} \right)$

Respuesta: $\frac{62}{315}$

4.62 Imagina que dejas caer una pelota desde una altura de 30 metros. Al botar contra el suelo alcanza una altura que equivale a $\frac{2}{3}$ de la altura desde la que ha caído. ¿Qué altura alcanzará después de rebotar contra el suelo?

Respuesta: **20 metros**

Solución:

Como el problema nos dice que tras el primer bote alcanza una altura de los $\frac{2}{3}$ de la altura desde donde la hemos dejado caer,

$$\text{tendremos: } \frac{2}{3} \text{ de } 30 = \frac{2 \times 30}{3} = \frac{60}{3} = 20 \text{ metros}$$

4.63 ¿Qué altura alcanzará la pelota del problema anterior al tercer bote?

Respuesta: **8,88888 metros**

4.64 Una persona sale de su casa con una cierta cantidad de dinero en el bolsillo.

Se gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero en sellos. Después gasta $\frac{1}{4}$ de lo que le quedaba en un libro y se fija que le quedan 30€ ¿Con cuántos euros salió de su casa?

Respuesta: **Salió de casa con 60€**

Solución:

En este tipo de problemas has de tener muy presente que siempre tienes que calcular la fracción de dinero que queda después de hacer un gasto.

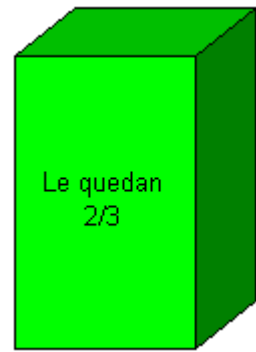
-La primera vez, gasta $\frac{1}{3}$; si todo el dinero que tenía al salir de casa equivalía a $\frac{3}{3}$ se queda



con: $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. En la figura de la derecha ves en rojo lo que gasta y en verde lo que le queda la primera vez.

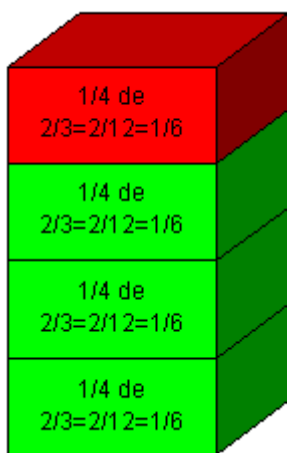
- La segunda vez gasta $\frac{1}{4}$ de lo le quedaba (no puede gastar de lo que no tiene). ¿Cuánto le quedó después del primer gasto? Lo que está de verde, es decir, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Gráficamente colocamos lo que le ha quedado →



De este dinero hace 4 partes, cada una de $\frac{1}{4}$

Gasta $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{12} = \text{simplificando} \rightarrow \frac{1}{6}$



Es como si de lo que le quedaba hace 4 partes y se gasta una, la que tienes a la izquierda en rojo.

En verde tienes lo que le queda, como ves, son 3 partes que cada una es igual a $\frac{1}{6}$ del

dinero con que salió de casa, en total: $3 \times \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$ simplificando $\rightarrow \frac{1}{2}$

Vemos en color verde el dinero que le queda al final = $\frac{1}{2}$ o la mitad del que tuvo al salir de casa. Como el problema nos dice que se quedó con 30€, esta cantidad significa la mitad de la que tuvo antes de gastarse nada. Si se quedó con 30 euros y representaba la mitad, quiere decir, que salió de casa con el doble: $2 \times 30 = 60\text{€}$.

Gastó 30€ y se quedó con 30€

4.65 De un depósito que está lleno de agua sacamos $\frac{2}{5}$ del agua que contiene, y vemos todavía nos quedan 120 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

Respuesta: **La capacidad del depósito es de 200 litros.**

Solución:

Por si has tenido dificultades:

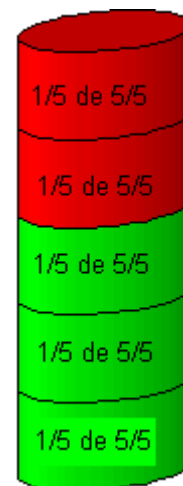
Dibujamos el depósito y lo dividimos en 5 partes ya que dice el problema que extraemos $\frac{2}{5}$ de su contenido.

Su contenido completo es 1 ó : $\frac{5}{5}$ \Rightarrow

Del depósito completo sacamos $\frac{2}{5}$ (en color rojo),

quiere decir que nos quedan: $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ (en

color verde) de su capacidad.

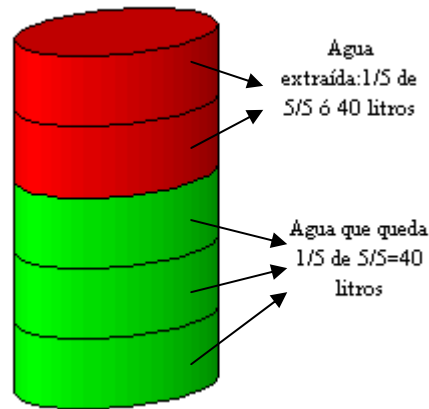


El problema te dice que después de sacar los $\frac{2}{5}$ nos quedan 120

litros. Dado que las $\frac{3}{5}$ del depósito están llenas de agua, esta fracción equivale a 120 litros y en cada $\frac{1}{5}$ del depósito caben:

$$\frac{120}{3} = 40 \text{ litros}$$

Si en $\frac{1}{5}$ entran 40 litros, en los $\frac{5}{5}$ cabrán: $40 \times 5 = 200$ litros.



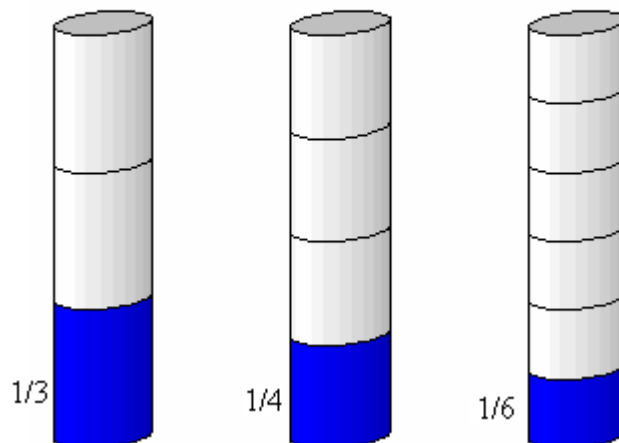
4.66 Tres grifos vierten agua en un depósito. El primero puede llenar el depósito en 3 horas, el segundo en 4 horas y el tercero en 6 horas. Si los tres echan agua al mismo tiempo ¿en cuánto tiempo lo llenan?

Respuesta: Actuando los 3 grifos a la vez, tardan 1 hora y 20 minutos en llenarlo completamente.

Solución:

Como siempre que podamos, nos servimos de un dibujo:

EN AZUL LA FRACCIÓN DE DEPÓSITO QUE CADA FUENTE ACTUANDO SOLA LLENA EN UNA HORA.



La primera fuente, actuando sola lo llenaría en 3 horas, luego, en una hora llenaría $\frac{1}{3}$ del depósito, en azul.

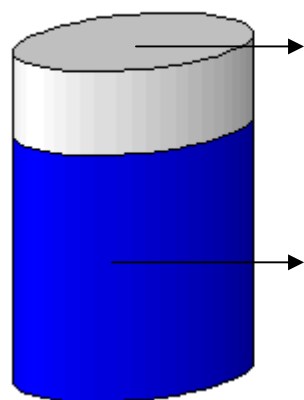
La segunda fuente, actuando sola lo llenaría en 4 horas, luego, en una hora llenaría $\frac{1}{4}$ del depósito, en azul.

La tercera fuente, actuando sola lo llenaría en 6 horas, luego, en una hora llenaría $\frac{1}{6}$ del depósito, en azul.

Si actúan las tres a la vez, en una hora llenarían:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{4+3+2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ del depósito}$$

Tienes debajo la situación del depósito después que los 3 grifos han estado echando agua al mismo tiempo durante 1 hora.



EN BLANCO $\frac{1}{4}$ DEL DEPÓSITO VACÍO DESPUÉS DE 1 HORA ECHANDO AGUA LAS TRES FUENTES A LA VEZ.

EN AZUL LAS $\frac{3}{4}$ DEL DEPÓSITO LLENAS DE AGUA EN 1 HORA ACTUANDO LOS 3 GRIFOS A LA VEZ.

Hemos calculado que en 1 hora las tres fuentes juntas han llenado los $\frac{3}{4}$ del depósito. Esta vez, dividimos al depósito en cuatro partes, fracciones o cuartos quedando sin llenar $\frac{1}{4}$.

En 1 hora las 3 fuentes juntas han llenado $\frac{3}{4}$ partes del depósito de las 4 en la que lo hemos dividido.

Si en 1 hora llenan, las tres fuentes juntas, $\frac{3}{4}$ partes del depósito, quiere decir, que una $\frac{1}{4}$ parte han tardado 20 minutos. ¿Por qué?

Porque si en 1 hora = 60 minutos, llenan $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ lo llenarán en:
 $\frac{60}{3} = 20$ minutos.

Todo esto quiere decir que, la parte que falta por llenar, que equivale a $\frac{1}{4}$ del depósito, lo llenarán en 20 minutos.

Como han tardado 1 hora en llenar los $\frac{3}{4}$, en 20 minutos más terminan de llenar ($\frac{4}{4} = 1 = \text{TODO EL DEPÓSITO}$)

4.67 Calcula el tiempo que tardan en llenar un depósito con 3 fuentes actuando al mismo tiempo. Si lo hacen por separado, la

primera fuente sola, tardaría 3 horas en llenarlo, la segunda sola, 4 horas y la tercera, ella sola, 12 horas.

Respuesta: **Juntas necesitarían 90 minutos ó 1 hora y 30 minutos.**

4.68 Un barril está lleno de agua, se sacan los $\frac{3}{5}$ y después los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. ¿Qué fracción indica la cantidad de agua que queda dentro del barril?.

Respuesta: **La fracción del agua dentro del barril es $\frac{2}{15}$**

Solución:

Hemos dividido a la capacidad del barril en cinco partes. Cada fracción o división equivale a $\frac{1}{5}$ de su capacidad.



Nos dice el problema que sacamos $\frac{3}{5}$. Lo que tienes en blanco.

Vemos en azul el agua nos queda, que como comprobarás equivalen a $\frac{2}{5}$ de la capacidad total.

Después sacamos los $\frac{2}{3}$ de lo que nos queda, es decir, de $\frac{2}{5}$. Lo

escribimos: $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

Recuerda que $\frac{4}{15}$ es lo que sacamos la segunda vez.

La última vez nos quedaron dentro del barril $\frac{2}{5}$ y hemos sacado

después $\frac{4}{15}$. Nos quedan dentro del barril:

$$\frac{2}{5} - \frac{4}{15} = \frac{3 \times 2 - 4}{15} = \frac{2}{15}$$

4.69 Un frutero ha vendido $\frac{1}{4}$ del contenido de sus naranjas,

después, $\frac{2}{5}$ de lo que le quedaba. ¿Qué fracción representa al contenido de la caja?

Respuesta: $\frac{9}{20}$

Solución:

Por si has tenido dudas observa un modo rápido de resolver:

1ª vez: *Vende* $\frac{1}{4}$ de todas las naranjas.

$$\text{Quedan: } \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$$

2ª vez: *Vende* $\frac{2}{5}$ de las naranjas que le quedaron la 1ª vez

$$\frac{2}{5} \text{ de } \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Quedan: } \frac{3}{4} - \frac{3}{10} = \frac{5 \times 3 - 3 \times 2}{20} = \frac{15 - 6}{20} = \frac{9}{20}$$

4.70 Una persona gastó $\frac{1}{3}$ del dinero que tenía.

Al día siguiente gastó $\frac{1}{3}$ del dinero que le quedó el día anterior.

Al siguiente día volvió a gastar $\frac{1}{3}$ del dinero que le quedó el

último día y vio que en el bolsillo le quedaban 1000€
¿Con cuánto dinero salió de casa?

Respuesta: **Salió con 3375 €**

Solución:

Vamos a resolverlo de un modo rápido por si has encontrado alguna duda.

Día 1º: *Gasta* $\frac{1}{3}$ del dinero que tenía al salir de casa.

$$\text{Le quedan: } \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Día 2º: *Gasta* $\frac{1}{3}$ del dinero que le quedó el día anterior:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Le quedan: } \frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{2 \times 3 - 2}{9} = \frac{4}{9}$$

Día 3º: Gasta $\frac{1}{3}$ del dinero que le quedó el día anterior:

$$\frac{4}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$$

$$\text{Le quedan: } \frac{4}{9} - \frac{4}{27} = \frac{4 \times 3 - 4}{27} = \frac{12 - 4}{27} = \frac{8}{27}$$

Nos dice el problema que al tercer día le quedaron 1000€ Esto quiere decir que $\frac{8}{27}$ es lo mismo que 1000€ y el dinero que tenía

al salir de casa lo representamos con la fracción: $\frac{27}{27}$

Si $\frac{8}{27}$ equivale a 1000€, $\frac{1}{27}$ será lo mismo que $\frac{1000}{8} = 125€$

Vemos que $\frac{1}{27}$ equivale a 125€, luego $\frac{27}{27}$ equivaldrá a:

$$\underline{125 \times 27 = 3375€}$$

4.71 De un cubo de agua se sacan los $\frac{7}{9}$ de su contenido y

después $\frac{3}{4}$ del resto quedando 20 litros. ¿Cuántos litros contenía al principio?

Respuesta: **Al principio contenía 24 litros**

4.72 Una persona debe una cantidad de dinero. Paga $\frac{2}{5}$ de su deuda y luego $\frac{1}{3}$ también de toda la deuda y ve que todavía le faltan por pagar 500€ ¿A cuánto ascendía su deuda?

Respuesta: **Su deuda ascendía a 1875€**

Solución:

Paga $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$ de su deuda.

Toda su deuda representan: $\frac{15}{15}$

Le queda por pagar: $\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$

Según los datos del problema lo que le falta por pagar son 500€ de donde podemos decir que 500€ representa $\frac{4}{15}$ de toda la deuda.

$\frac{1}{15}$ de la deuda corresponderá a $\frac{500}{4} = 125€$

Toda la deuda que son: $\frac{15}{15}$ será lo mismo que: $125 \times 15 = 1875$