

TEMA 3

LA DIVISIBILIDAD

¿Qué entendemos por divisibilidad?

Es la propiedad de que un número pueda ser dividido por otro un número exacto de veces o que el resto sea cero.

3.1

$$\frac{24}{3} = 8, \text{ resto} \Rightarrow \text{cero}$$

Luego, 24 es divisible entre 3.

$$\frac{14}{7} = 2, \text{ resto} \Rightarrow \text{cero}$$

14 es divisible por 7

3.2 ¿Es 24 divisible entre 2?

Sí porque el resto al dividirlo entre dos nos da cero y el cociente, 12.

¿CÓMO SABER SI UN NÚMERO ES DIVISIBLE ENTRE OTRO, SIN HACER LA DIVISIÓN?

Divisibilidad por 2:

Un número es divisible por 2 cuando termina en CERO o CIFRA PAR:

32, 128, 400, 10, 23124.....SON
DIVISIBLES POR 2 porque acaban en cero o en cifra par.

Divisibilidad por 3:

Un número es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es 3 o un múltiplo de 3.

45, 63, 21, 675, 12348.....SON DIVISIBLES POR 3, porque si sumas las cifras de cada número da 3 o un múltiplo de 3:

45 → $4+5 = 9$. Como 9 es divisible por 3, también lo será 45.

63 → $6+3 = 9$ Estamos en el caso anterior.

21 → $2+1 = 3$ Tres es divisible por 3. Todo número es divisible por sí mismo. El cociente es 1 y el resto cero.

675 → $6+7+5 = 18$ Como 18 entre 3 es 6 y el resto cero, 675 es divisible por 3.

12348 → $1+2+3+4+8 = 18$; Si sumas las cifras del número 18 ves que obtenemos 9, y 9 es divisible entre 3.

3.3 ¿Cuál de los números siguientes es divisible por 2 y por 3:

36:

12:

26:

114:

2343:?

Respuestas:

36, 12 y 114 son divisibles por 2 y por 3 por acabar en cifra par y porque la suma de sus cifras dan un múltiplo de tres.

26 no es divisible entre 3 porque la suma de sus cifras dan 8. Sí lo es por 2, por acabar en cifra par.

2343 no es divisible entre 2 por no acabar en cifra par o en cero. Sí lo es por 3 ya que la suma de sus cifras nos da 12 y este número es divisible por 3.

Divisibilidad por 4:

Un número es divisible por 4 cuando el número formado por las dos últimas cifras es múltiplo de 4 o las dos últimas cifras son dos ceros.

3.4 400, 1024, 144, 256, 7000, 1516 ¿Son divisibles por 4?

Sí: 400 y 7000: Porque acaban con dos ceros (o más).

1024, 144, 256, 1516: Porque las dos últimas cifras de cada uno de ellos podemos dividir entre 4 y obtener un cero de resto.

Divisibilidad por 5:

Un número es divisible por 5 cuando acaba en cero o en 5.

Ejemplos: 120,125,151005,.....

Contesta a las preguntas siguientes:

3.5 ¿Por qué números es divisible 360?

3.6 ¿Por qué números es divisible 120?

3.7 ¿Por qué números es divisible 300?

3.8 ¿Por qué números es divisible 363?

Respuestas:

3.5 360 es divisible por 2, porque acaba en cero

3, porque la suma de sus cifras da 9
y 9 es múltiplo de 3.

4, porque las dos últimas cifras, 60, es
múltiplo de 4.

5, porque acaba en cero.

3.6 120 es divisible por 2, 3, 4 y 5

3.7 300 es divisible por 2, 3, 4 y 5 (por 4 porque acaba con dos
ceros).

3.8 363 es divisible por 3. La suma de sus cifras: $3+6+3 = 9$ es
múltiplo de 3.

Divisibilidad por 6:

Un número es divisible por 6 cuando lo es por 2 y por 3 a la vez.

Ejemplo: 12, 42, 720,.....

Los tres números son divisibles por 2 y por 3 lo que significan que lo son por 6.

Divisibilidad por 7:

Un número es divisible por 7 cuando separando la primera cifra de la derecha, multiplicándola por 2, restando este producto de lo que queda a la izquierda y así sucesivamente, da cero o múltiplo de 7.

Ejemplos:

El número 21 es divisible por 7 porque si separo la cifra de la derecha que es el uno y lo multiplico por 2, obtengo dos. Al separar el 1 del 21 me queda el 2. Si ahora resto este 2 del que he obtenido de multiplicar 1 por 2, obtengo: $2-2 = 0$. Si la diferencia es cero o múltiplo de 7, el número es divisible por 7.

Como ves, tiene un poco de lío el saber si un número es divisible por 7. Casi es más rápido comprobar dividiendo el número que se trate por 7. No obstante, veamos como saber si un número es divisible por 7 sin hacer la división:

3.9 El número 252 ¿es divisible por 7?

Sí, porque si separo la cifra de la derecha, 2 y la multiplico por 2; $2 \times 2 = 4$, resto de 25 (que es lo que queda al separar la última cifra de la derecha) me queda: $25 - 4 = 21$ y 21 ya sabemos que es divisible por 7.

3.10 El número 231 ¿es divisible por 7? ¿Por qué?

3.11 El número 315 ¿es divisible por 7? ¿Por qué?

3.12 El número 483 ¿es divisible por 7? ¿Por qué?

Respuestas:

- 3.10 *231 es divisible por 7 porque el doble de la cifra de la derecha, el 1: $2 \times 1 = 2$, le resto a las cifras que nos quedan (23): $23 - 2 = 21$ y si a 21 le separo la cifra de la derecha (1) y la multiplico por 2: $2 \times 1 = 2$. Este valor le resto a la cifra que me ha quedado (2) después de separar el 1: $2 - 2 = 0$ lo que significa que 231 es divisible por 7.*
- 3.11 *315 es divisible por 7 porque el doble de la cifra de la derecha, el 5: $2 \times 5 = 10$, le resto a las cifras que nos quedan (31): $31 - 10 = 21$ y si a 21 le separo la cifra de la derecha (1) y la multiplico por 2: $2 \times 1 = 2$. Este valor le resto a la cifra que me ha quedado (2) después de separar el 1: $2 - 2 = 0$ lo que significa que 315 es divisible por 7.*
- 3.12 *483 es divisible por 7 porque el doble de la cifra de la derecha, el 3: $2 \times 3 = 6$, le resto a las cifras que nos quedan (48): $48 - 6 = 42$ y si a 42 le separo la cifra de la derecha (2) y la multiplico por 2: $2 \times 2 = 4$. Este valor le resto a la cifra que me ha quedado (4) después de separar el 4: $4 - 4 = 0$ lo que significa que 483 es divisible por 7.*

Divisibilidad por 9:

Un número es divisible por 9 cuando la suma de sus cifras es 9 o múltiplo de 9.

Ejemplo:

729 es múltiplo de 9 porque la suma de las cifras que componen el número 729 es: $7 + 2 + 9 = 18$ y 18 es múltiplo de 9.

Divisibilidad por 11:

Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de los valores de las cifras de lugar impar y la suma de las cifras de lugar par, de derecha a izquierda, es cero, 11 o múltiplo de 11.

Ejemplo:

El número 987657 es múltiplo de 11 porque si sumas las cifras que ocupan lugar par: $8+6+7 = 21$.

Sumas las que ocupan lugar impar: $9+7+5 = 21$.

Si la diferencia de estas dos sumas es cero, 11 o múltiplo de 11, el número es divisible por 11.

3.13 El número 143 ¿es divisible por 11?

3.14 El número 5665 ¿es divisible por 11?

3.15 El número 476432 ¿es divisible por 11?

Respuestas:

$$313 \quad \text{Sí porque } 1+3 - 4 = 0$$

$$314 \quad \text{Sí porque } 5+6-6-5 = 0$$

$$315 \quad \text{Sí porque } 4+6+3 = 13 \quad \text{y} \quad 7+4+2 = 13 \text{ resto ambas cantidades y obtengo: } 13 - 13 = 0$$

NUMEROS PRIMOS Y NÚMEROS COMPUESTOS:

Los números primos son los que solamente pueden ser divididos por él mismo y por 1.

Ejemplo: 2, 3, 11, No admiten otros divisores que ellos mismos y el 1:

$$\frac{2}{2} = 1; \text{ resto} = 0, \quad \frac{11}{11} = 1; \text{ resto} = 0, \text{ etc.}$$

Los números que admiten otros divisores además de ellos mismos y la unidad se llaman COMPUESTOS:

Ejemplo:

El número 6 admite como divisor, además de 6 y 1, el 2 y 3:

$$\frac{6}{2} = 3 \rightarrow \text{resto} = 0; \quad \frac{6}{3} = 2 \rightarrow \text{resto} = 0$$

3.16 Tenemos los números 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 ¿Cuáles son primos y cuáles compuestos?

Respuesta: Son primos: 3, 7 y 11

Compuestos: 4, 8, 9, 10 y 12 porque a:

4 se le puede dividir por 2

8 se le puede dividir por 2

9 se le puede dividir por 3

10 se le puede dividir por 2 y por 5

12 se le puede dividir por 2 y por 3.

Todos ellos, además, pueden ser divididos por sí mismos y por la unidad.

CALCULAR TODOS LOS NÚMEROS PRIMOS QUE HAY ENTRE LOS 209 PRIMEROS NÚMEROS NATURALES:

Fue un matemático llamado Eratóstenes, nacido casi 300 años antes de Cristo quien ideó una forma sencilla para calcular los números primos.

CRIBA DE ERATÓSTENES:

Antes de comenzar, debes saber que, por criba se entiende un utensilio, generalmente una malla metálica que se usa para cribar o limpiar de impurezas el trigo u otras semillas.

La criba de Eratóstenes limpia de números compuestos y nos deja los números primos solamente.

Veamos lo vamos a hacer:

1º. Escribe los números naturales. Hemos escrito hasta el 209:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209

2º Multiplicamos 2 por sí mismo y nos da 4.

3° Nos colocamos sobre el 4, lo tachamos (en este ejemplo lo hemos pintado de rojo).

4° Contamos dos lugares a partir del 4 y nos encontramos con el 6 y hacemos lo mismo.

5° Seguimos contando 2 lugares y lo pintamos de rojo.

Todos los números en fondo rojo no son primos. Todos ellos tienen a 2 como divisor. En la primera pasada nos ha quedado:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209

6° Ahora multiplica 3 por 3. Obtienes como resultado el 9, lo tachas y vas contando 3 lugares (SE CUENTAN LOS QUE TIENEN FONDO EN COLOR O SUPUESTAMENTE TACHADOS).

Los tachas, en nuestro caso lo hemos pintado de verde:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209

7° Ahora tomas el cinco lo multiplicas por sí mismo y obtienes 25.

Te colocas en 25, lo tachas, vas contando (incluyendo los tachados, en nuestro caso, los pintados) de 5 en 5 lugares. Los tachas (en nuestro caso lo pintamos de amarillo), si no está borrado o pintado, hasta terminar todos los números.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209

8° Multiplicas ahora 7 por sí mismo, te colocas en 49, lo tachamos o pintamos y a partir de este número vamos tachando, si no lo está, y pintamos de azul (contando siempre los tachados o piuntados).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209

9º Tomamos el 11 y lo multiplicamos por sí mismo, nos situamos en 121, vamos contando de 11 en 11 y si no está pintado o tachado lo hacemos. Ahora utilizamos el color rosa claro.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209

10º Tomamos el 13 y lo multiplicamos por sí mismo y obtenemos 169. Nos situamos en 169, vamos contando de 13 en 13 y si no está pintado o tachado lo hacemos. Ahora utilizamos el color gris.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209

Como el siguiente número a 13 vemos que es 17. Al multiplicarlo por sí mismo nos pasamos de 209. Esto quiere decir que ya hemos terminado.

TODOS LOS NÚMEROS EN FONDO BLANCO SON PRIMOS.

3.17 Intenta hacer por tu cuenta una criba que deje pasar los 30 primeros números primos. Si tienes alguna duda no tienes más que consultar a lo que se te ha explicado.

MÚLTIPLOS Y DIVISORES:

Se dice que un número (12) es múltiplo de otro (4) cuando al dividir el primero entre el segundo, el resto es igual a cero:

$$\begin{array}{r} 12 \quad | \quad 3 \\ \underline{0 \quad 4} \end{array}$$

En este caso, 12 es múltiplo de 3.

Contesta a las preguntas siguientes:

- 3.17 ¿Es 12 múltiplo de 4?
- 3.18 ¿Es 36 múltiplo de 4?
- 3.19 ¿Es 45 múltiplo de 3?
- 3.20 ¿Es 55 múltiplo de 11?
- 3.21 ¿Es 63 múltiplo de 3?
- 3.22 ¿Es 122 múltiplo de 4?
- 3.23 ¿Es 217 múltiplo de 7?
- 3.24 ¿Es 100 múltiplo de 4?
- 3.25 ¿Es 76 múltiplo de 6?

Respuestas:

- 3.17 *Sí. Al dividirlos obtenemos el resto cero.*
- 3.18 *Sí. Al dividirlos obtenemos el resto igual a cero.*
- 3.19 *Sí. Al dividirlos obtenemos el resto igual a cero.*
- 3.20 *Sí. Al dividirlos obtenemos el resto cero.*
- 3.21 *Sí. Al dividirlos obtenemos el resto igual a cero.*
- 3.22 *No. Al dividirlos no obtenemos el resto igual a cero.*
- 3.23 *Sí. Al dividirlos obtenemos el resto igual a cero.*
- 3.24 *Sí. Al dividirlos obtenemos el resto cero.*
- 3.25 *No. Al dividirlos no tenemos el resto igual a cero.*

Se dice que un número es **divisor** de otro cuando lo divide exactamente.

Ejemplo: 3 divide exactamente a 9
 5 no divide exactamente a 12

Podemos decir que 3 es un divisor de 9
 y 5 no es un divisor de 12.

- 3.26 ¿Es 7 un divisor de 21?
 3.27 ¿Es 5 un divisor de 127?
 3.28 ¿Es 3 un divisor de 21?
 3.29 ¿Es 11 un divisor de 121?
 3.30 ¿Es 2 un divisor de 231?
 3.31 ¿Es 4 un divisor de 1000?
 3.32 ¿Es 3 un divisor de 213?
 3.33 ¿Es 6 un divisor de 218?
 3.34 ¿Es 7 un divisor de 210?

Respuestas:

- 3.26 *21 contiene un número exacto de veces a 7. Sí, 7 es un divisor de 21.*
 3.27 *127 no contiene un número exacto de veces a 5. No, 5 no es un divisor de 127.*
 3.28 *21 contiene un número exacto de veces a 3. Sí, 3 es un divisor de 21.*
 3.29 *121 contiene un número exacto de veces a 11. Sí, 11 es un divisor de 121.*
 3.30 *231 no contiene un número exacto de veces a 2. No, 2 no es un divisor de 231.*
 3.31 *1000 contiene un número exacto de veces a 4. Sí, 4 es un divisor de 1000.*
 3.32 *213 contiene un número exacto de veces a 3. Sí, 3 es un divisor de 213.*
 3.33 *218 no contiene un número exacto de veces a 6. No, 6 no es un divisor de 218.*
 3.34 *210 contiene un número exacto de veces a 7. Sí, 7 es un divisor de 210.*

DESCOMPONER UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS:

Imagina que tienes el número 12 y queremos descomponer en factores primos: un factor puede ser 6 otro, 2 y ya tenemos que

$$12 = 2 \times 6$$

Pero 6 no es un número primo porque $6 = 2 \times 3$

Podríamos escribir: $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

Cuando vamos a descomponer un número en factores primos, comenzamos siempre por los factores más pequeños.

Escribimos el número a descomponer y a su derecha trazamos una recta vertical y detrás de ésta, vamos colocando los factores primos comenzando por el menor.

Ahora tienes que recordar muy bien cuándo un número es divisible por 2, 3, 5, 7, 11, 13,.....

3.35 Vamos a descomponer el número 360:

360	2	Como 360 es divisible por 2, 3 y 5. Empezamos por el divisor o factor más pequeño y lo colocamos a la derecha de la raya vertical.
-----	---	--

360	2	Ahora dividimos 360 entre dos, o mejor, calcula la mitad de 360 que es 180 y lo colocas debajo de 360.
180		

360	2	Hacemos lo mismo que hemos hecho con 360, ahora con 180. Calculamos el menor divisor de 180 que sea un número primo y vemos que es 2. Colocamos este segundo 2 detrás de la raya vertical y a 180 lo dividimos por este número. El valor de 180 entre 2 que es 90 lo colocamos debajo de 180.
180	2	
90		

360	2	Calculamos el menor divisor de 90 que es otra vez el dos. Colocamos el tercer 2 detrás de la raya vertical y dividimos a 90 por éste número. El resultado es 45 que lo escribimos debajo de 90.
180	2	
90	2	
45		

360	2	Calculamos el menor divisor de 45 que es 3. Lo colocamos detrás de la raya vertical dividimos a 45 por éste 3 y el resultado que es 15 lo escribimos debajo de 45.
180	2	
90	2	
45	3	

15

360		2	Calculamos el menor divisor de 15 que es 3 y lo
180		2	colocamos detrás de la raya vertical.
90		2	Dividimos a 15 por 3 y el resultado que es 5
45		3	lo escribimos debajo de 15.
15		3	
5			

360		2	Calculamos el menor divisor de 5 pero
180		2	comprobamos que 5 es un número primo.
90		2	Solamente podemos dividirlo por él mismo.
45		3	Como 5 entre 5 es igual a uno. Colocamos el
15		3	5 a la derecha de la raya vertical. El cociente
5		5	de dividir por sí mismo, que es 1 lo colocamos
1			debajo del 5.

Siempre que descompongas un número en sus factores primos el último valor que aparecerá será el 1.

La respuesta se presenta:

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

Como ves, se escribe el número y a su derecha en forma de

producto (por eso estamos hablando de factores) los números primos con sus exponentes o número de veces que se repite cada factor.

3.36 Observa como hemos descompuesto los números: 90, 1050, 8400 y 126348:

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

1050	2
525	3
175	5
35	5
7	7
1	

$$1050 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

8400	2
4200	2
2100	2
1050	2
525	3
175	5
35	5
7	7
1	

$$8400 = 2^4 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

126348	2
63174	2
31587	3
10529	10529
1	

$$126348 = 2^2 \times 3 \times 10529$$

A veces te pueden salir números primos muy grandes y es trabajoso comprobar que lo son.

COMO AHORRAR TRABAJO PARA SABER SI UN NÚMERO GRANDE ES PRIMO:

a) Si lo hacemos manualmente haciendo divisiones con números primos cada vez de mayores, paramos en el momento en que el *cociente es menor que el divisor*.

Ejemplo:

3.38 Descomponer en sus factores primos el número 3054:

$$\begin{array}{r|l} 3054 & 2 \\ 1527 & 3 \\ 509 & \end{array}$$

Como veo que 509 no es divisible por 2, 3, 5, 7, 11 lo divido por 13, 17, 19, 23:

$$\begin{array}{r|l} 509 & \underline{13} \\ 119 & 38 \\ 15 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 509 & \underline{17} \\ 169 & 29 \\ 16 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 509 & \underline{19} \\ 129 & 26 \\ 15 & \end{array}$$

En las divisiones que tienes encima ves que el cociente siempre es mayor que el divisor. En este caso, hay que continuar probando con números primos cada vez mayores en el divisor hasta que el cociente sea menor que el número que se encuentre en este lugar. Si el resto no es cero ya puedes decir que el número que tienes en el dividendo es un número primo.

$$\begin{array}{r|l} 509 & \underline{23} \\ 049 & 22 \\ 03 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3054 & 2 \\
 1527 & 3 \\
 509 & 509 \\
 1 &
 \end{array}$$

Vemos que el cociente 22 es menor que el divisor 23 y el resto es distinto de cero. Podemos decir que 509 es un número primo.

$$3054 = 2 \times 3 \times 509$$

b) Otra forma para facilitar el trabajo para saber si un número es primo es utilizar la Hoja de Cálculo. Los resultados de las operaciones son instantáneas y si el resultado ves que tiene decimales, pruebas por el siguiente número primo.

c) Si dispones de Internet en el buscador GOOGLE escribes: **como saber si un número es primo.**

Ahora te diriges a:

descartes.cnice.mec.es/Algebra/divisibilidad/numeros_primos_y_numeros_compues.htm

En la casilla correspondiente escribes un número y al instante te dirá si es primo o no.

3.39 Vas a descomponer en sus factores primos al número 36:

3.40 Descompón en sus factores primos el número 225:

3.41 Calcula los factores primos del número 2250.

3.42 ¿Cuáles son los factores primos del número 2310?

3.43 ¿Cuáles son los factores primos del número 5929?

3.44 ¿Cuáles son los factores primos del número 44100?

Respuestas:

$$3.39 \rightarrow 2^2 \times 3^2$$

$$3.40 \rightarrow 3^2 \times 5^2$$

$$3.41 \rightarrow 2 \times 3^2 \times 5^3$$

$$3.42 \rightarrow 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$3.43 \rightarrow 7^2 \times 11^2$$

$$3.44 \rightarrow 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$$

DIVISORES COMUNES:

Imagina que tienes los números 15 y 18 ¿Tienen divisores comunes?

En este caso, común, significa que es el mismo para los dos números: 15 y 18.

Descomponemos a 15 y a 18:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

Los números 15 y 18 tienen un divisor o factor común que es el 3.

3.45 Calcula los divisores o factores comunes de 24, 32 y 100

3.46 Calcula los factores o divisores comunes de 12, 36 y 92

3.47 Calcula los factores o divisores comunes de 10, 50 y 160

Respuestas:

$$\begin{array}{r|l} 3.45 & 24 & 2 \\ & 12 & 2 \\ & 6 & 2 \\ & 3 & 3 \\ & 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 32 & 2 \\ & 16 & 2 \\ & 8 & 2 \\ & 4 & 2 \\ & 2 & 2 \\ & 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 100 & 2 \\ & 50 & 2 \\ & 25 & 5 \\ & 5 & 5 \\ & 1 & \end{array}$$

$$24 = 2^3 \times 3 ; 32 = 2^5 ; 100 = 2^2 \times 5^2$$

El único divisor o factor común es 2^2

2^2 se encuentra en 2^3 y en 2^5

3.46	12	2	36	2	92	2
	6	2		2		2
	3	3		3		23
	1	1		3		1
				1		

$$12 = 2^2 \times 3 \quad 36 = 2^2 \times 3^2 \quad 92 = 2^2 \times 23$$

El divisor o factor común a los 3 es 2^2

3.47	10	2	50	2	160	2
	5	5		5		2
	1	1		5		2
				1		20
						10
						5
						5
						1

$$10 = 2 \times 5 \quad 50 = 2 \times 5^2 \quad 160 = 2^5 \times 5$$

Los divisores o factores comunes son 2 y 5

Calcula los factores comunes de:

- 3.48** 72 y 92
3.49 196 y 328
3.50 1028 y 864

Respuestas:

3.48

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$92 = 2^2 \times 23$$

Comprobamos que 4 es el divisor común a 72 y 92

72	2		92	2	
72	2		92	2	
36	2		46	2	
18	2		23	23	
9	3		1		
3	3				
1					

3.49

328	2		196	2	
328	2		196	2	
164	2		98	2	
82	2		49	7	
41	41		7	7	
1			1		

También tenemos la misma respuesta al ejercicio anterior.

El divisor común más grande de 328 y 864 es 4.

3.50

1028	2		864	2	
1028	2		864	2	
514	2		432	2	
257	257		216	2	
1			108	2	
			54	2	
			27	3	
			9	3	
			3	3	
			1		

También se repite la respuesta: 4 es el divisor o factor común de 1028 y 864.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR:

Fíjate muy bien en el significado de cada una de las tres palabras: **máximo, común, divisor.**

Máximo: El mayor.

Común: Que sirva para dos o más números a la vez.

Divisor: Que al dividir por este número, el resto de cada una de las divisiones nos dé cero.

Ejemplo:

Tenemos los números 24 y 20 ¿Cuál es el mayor número que podemos escribir en el divisor de modo que al dividir 24 y 20 por dicho número nos dé cero de resto?

¿Qué número pondrías en el lugar de X?

$$24 \overline{)X}$$

$$20 \overline{)X}$$

Como 24 y 20 son divisibles por 2, podríamos escribir 2 en el lugar de X.

Vemos que también podríamos reemplazar X por 4.

En ambos casos el resto es cero.

¿Cuál de los dos valores es el MÁXIMO COMÚN DIVISOR?

Como verás, el mayor de los dos será el 4.

El máximo común divisor de 24 y 20 es 4 y lo escribimos de modo más reducido:

$$\text{m.c.d.}(24,20) = 4$$

3.51 ¿Cuál es el máximo común divisor de 15 y 3?

3.52 ¿Cuál es el máximo común divisor de 21 y 14?

3.53 ¿Cuál es el máximo común divisor de 30 y 20?

Respuestas:

3.51 El m.c.d(15 y 10) = 5

3.52 El m.c.d(21 y 14) = 7

3.53 El m.c.d(30 y 20) = 10

¿Solamente se puede calcular el m.c.d. de dos números?
Puedes calcular de tres o más.

3.54 Calculamos el:

El m.c.d (90, 36 y 12)

Hacer este calculo de memoria, probando, tanteando es muy trabajoso.

Hay varios modos de hacer el cálculo. Nosotros vamos a estudiar dos maneras sin hacer uso del ordenador. Tú escoges el que te parezca mejor.

Descomponemos 90, 36 y 12 en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Cuando hayas acabado de descomponer en factores primos
escribes:

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

Ahora te fijas qué factor o divisor con menor exponente está en los tres números.

El 2 y el 3 están contenidos en 90, 36 y 12, luego, $2 \times 3 = 6$ el máximo común divisor y escribimos:

$$\mathbf{m.c.d (90, 36 y 12) = 6}$$

**PARA HALLAR EL m.c.d. DE VARIOS NÚMEROS
TOMAMOS LOS FACTORES COMUNES CON EL
MENOR EXPONENTE.**

3.55 Calculamos el m.c.d.(360, 5400, 15120)

$\begin{array}{r l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 5400 & 2 \\ 2700 & 2 \\ 1350 & 2 \\ 675 & 3 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	<p>Descomponemos cada uno de ellos:</p> $\begin{array}{r l} 15120 & 2 \\ 7560 & 2 \\ 3780 & 2 \\ 1890 & 2 \\ 945 & 3 \\ 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$
---	---	---

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$5400 = 2^3 \times 3^3 \times 5^2$$

$$15120 = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$$

Los divisores comunes con menor exponente son:

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

El m.c.d.(360, 5400, 15120) = 360

3.56 Calcula el m.c.d. (315, 945, 1575)

3.57 Calcula el m.c.d. (3465, 6615, 7875)

3.58 Calcula el m.c.d. (6930, 13230, 15760)

3.59 Calcula el m.c.d. (1750, 1960, 3080)

3.60 Calcula el m.c.d. (85, 96, 100, 225)

Respuestas:

3.56

$$\begin{array}{r|l}
 315 & 3 \\
 105 & 3 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 945 & 3 \\
 315 & 3 \\
 105 & 3 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1575 & 3 \\
 525 & 3 \\
 175 & 5 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$945 = 3^3 \times 5 \times 7$$

$$1575 = 3^2 \times 5^2 \times 7$$

$$\text{m.c.d.}(315, 945, 1575) = 3^2 \times 5 \times 7 = 315$$

3.57

$$\begin{array}{r|l}
 3465 & 3 \\
 1155 & 3 \\
 385 & 5 \\
 77 & 7 \\
 11 & 11 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 6615 & 3 \\
 2205 & 3 \\
 735 & 3 \\
 245 & 5 \\
 49 & 7 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 7875 & 3 \\
 2625 & 3 \\
 875 & 5 \\
 175 & 5 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$3465 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$6615 = 3^3 \times 5 \times 7^2$$

$$7875 = 3^2 \times 5^3 \times 7$$

$$\text{m.c.d.}(3465, 6615, 7875) = 3^2 \times 5 \times 7 = 315$$

3.58 A estas alturas no tendrás problemas para ir descomponiendo, así que tienes el resultado final:

$$6930 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$13230 = 2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$$

$$15760 = 2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$$

$$\text{m.c.d.}(6930, 13230, 15760) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 720$$

3.59

$$1750 = 2 \times 5^3 \times 7$$

$$1960 = 2^3 \times 5 \times 7$$

$$3080 = 2^3 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$\text{m.c.d.}(1750, 1960, 3080) = 2 \times 5 \times 7 = 70$$

3.60

$$85 = 5 \times 17$$

$$96 = 2^5 \times 3$$

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

$$225 = 3^2 \times 5^2$$

Notarás que no hay ningún divisor común a los 4 números. Solamente el 1 cumple como factor común.

Diremos que el

$$\text{m.c.d.}(85, 96, 100, 225) = 1$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CUANTO HEMOS ESTUDIADO DEL PRESENTE TEMA HASTA AQUÍ:

3.61 Si tienes el número 15037 ¿Por qué cifras tienes que cambiar al cero y al 7 para que sea divisible por 3 y por 4 a la vez (divisible por 12).

Respuesta: Al 7 por 6 y al cero por 3.

Solución:

Para que un número sea divisible por 4, debe terminar en dos ceros o las dos últimas cifras han de ser divisibles por 4. Como 37 no es divisible por 4, pero sí 36 que se halla muy cerca. Basta con cambiar el 7 por el 6.

Me queda: 15036: Veo que la suma de sus cifras es múltiplo de 3:

$$1 + 5 + 0 + 3 + 6 = 15$$

Por tanto, este número es divisible por 3 y por 4.

Puedo cambiar al cero por 3, por, 6 ó 9 para que la suma de sus cifras siga dando un múltiplo de .

*Podemos tener tres respuestas: **15336***

15636

15936

Como todos estos números terminan en 36, serán múltiplos de 4 también.

3.62 Tres barras de acero de 360, 480 y 540 centímetros hemos dividido en trozos de igual longitud (la mayor posible).
¿Cuántos trozos hemos hecho y cuál es la longitud de cada uno?

Respuesta:

Solución:

Tendremos que calcular el mayor número que puesto en el divisor, divida a la longitud de cada barra un número exacto de veces, es decir, el m.c.d.(360, 480 y 540):

$$m.c.d.(360, 480 \text{ y } 540) = 60$$

El total de metros que miden las 3 barras es: $360 + 480 + 540 = 1380$

El número de trozos será: $\frac{1380}{60} = 23$

Respuesta: **60 metros cada trozo y 23 trozos en total**

3.63 Al dividir a 38 y 43 por un cierto número se obtienen 2 y 3 como restos de las divisiones. ¿Cuál es el mayor divisor común para esos dos números que cumple con esta condición de dar 2 y como restos?

Respuesta: 4

Solución:

Si divides 12 entre 5 verás que la división no puede ser exacta. Te queda un resto, en este caso, el resto es 2.

Si al dividendo (12) le restas o le quitas el resto (2) el cociente es exacto. Si a 12 le quitas 2 te queda 10 y 10 es divisible entre 5.

Volvemos al problema:

Si a 38 le quitas 2: $38 - 2 = 36$. Si a 36 le dividimos por ese número desconocido, la división es exacta y 36 es múltiplo de este divisor.

Si a 43 le quitas: $43 - 3 = 40$. Si a 40 le dividimos por ese divisor desconocido, la división es exacta.

Ahora tienes que calcular el mayor divisor común a 40 y 36:

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

Vemos que el $m.c.d.(40,36) = 2^2 = 4$

3.64 Si tienes tres barras de hierro que miden 40, 60 y 80 metros respectivamente y las divides en trozos de igual longitud, pero que ésta sea la mayor posible. ¿Cuántos trozos conseguirás y cuál será la longitud de cada trozo?

Respuesta: ***Cada trozo mide 20 metros***
Número de trozos: 9.

Solución:

Tenemos que buscar un número, el más grande posible, que colocado como divisor, al hacer las divisiones de 40, 60 y 80 entre ese número, el resto sea cero.

Calculamos el máximo divisor que sea común a esos tres números:

$$40 = 2^3 \times 5 = 40$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2^4 \times 5$$

El m.c.d.(40, 60, 80) = $2^2 \times 5 = 20$ **metros cada trozo.**

El mayor divisor común a 40, 60 y 80 es 20.

Cada trozo mide 20 metros. Para saber el número de trozos que podemos sacar, calculamos la longitud total de metros que tienen las tres barras: $40 + 60 + 80 = 180$ metros.

Si cada trozo mide 20 metros, el número de trozos será:

$$\frac{180}{20} = 9 \text{ trozos.}$$

OTRO MODO DE CALCULAR EL M.C.D.:

El método consiste en efectuar con los números una serie de divisiones sucesivas.

Es una forma muy sencilla de calcular el m.c.d. de dos o más números.

Trazamos unas rectas como las que tienes debajo:

Vamos a calcular el m.c.d.(164,72)

Estos dos números los colocamos en orden, primero el mayor número:

164	72				

Ahora comienzas a dividir 164 entre 72 y ves que cabe a 2. El cociente lo colocas sobre 72. Como $72 \times 2 = 144$ le restas a 164, como si fuese una división normal, y el resto, que es 20, lo dejas debajo de 164. Lo tienes debajo:

		2			
164	72				
20					

El resto que nos ha quedado, 20, lo pasamos como nuevo divisor y continuamos haciendo la división:

		2			
164	72	20			
20					

Ahora tenemos que dividir 72 entre 20 y calculamos 3 como nuevo cociente que lo colocamos encima de 20. Al multiplicar 3 por 20 obtenemos 60 y lo restamos de 72. El resto, 12, lo situamos debajo de 72:

	2	3			
164	72	20			
20	12				

Pasamos el nuevo resto como siguiente divisor. Dividimos ahora 20 entre 12. El cociente que es 1 lo colocamos encima de 12. Al multiplicar 12 por 1 obtenemos 12 y lo restamos de 20 y el nuevo resto que es 8 lo situamos debajo de 12:

	2	3	1		
164	72	20	12		
20	12	8			

Colocamos el nuevo resto, 8, como siguiente divisor. Dividimos ahora 12 entre 8. El cociente que es 1 lo colocamos encima del 8. Al multiplicar 8 por 1 obtenemos 8 lo restamos de 12, dejando como resto 4, y este resto pasa como nuevo divisor:

	2	3	1	1	
164	72	20	12	8	4
20	12	8	4		

Ahora tenemos que dividir 8 entre 4 y el cociente que es 2 lo ponemos encima del 4. Como la división es exacta **PORQUE EL RESTO ES CERO: EL ÚLTIMO DIVISOR QUE NOS HA QUEDADO ES EL m.c.d.**

	2	3	1	1	2	
164	72	20	12	8	4	→ m.c.d
20	12	8	4	0		

De este modo tan sencillo hemos calculado:

$$\text{m.c.d. } (164,72) = 4$$

3.65 Calculamos por medio de las divisiones sucesivas el m.c.d.(5293,4757):

- a) Dibujas las rayas.
- b) Colocas los números en las primeras celdas.
- c) Divides el número mayor entre el menor colocando el cociente encima del divisor.
- d) Cada resto distinto de cero lo pasas como nuevo divisor. Si es cero, se acabó. El último divisor es el m.c.d.

Calculamos el m.c.d.(5293,4757) mostrándote el ejercicio resuelto:

	1	8	1	7	
5293	4757	536	469	67	• → m.c.d. (5293,4757)
536	469	67	00		

3.66 Calcula el m.c.d.(188,82) por el método de divisiones sucesivas.

Respuesta: 2.

3.67 Calcula el m.c.d.(1025,82) por el método de divisiones sucesivas.

Respuesta: 41.

Por si has tenido dificultades tienes resueltos los dos ejercicios:

3.66

	2	3	2	2	2	
188	82	24	10	4	2	→ m.c.d.(188,82)
24	10	20	2	0		

3.67

	12	2	
1025	82	41	→ m.c.d.(1025,82)
205	00		
	41		

¿CÓMO CALCULAR EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE MÁS DE TRES NÚMEROS POR EL MÉTODO DE DIVISIONES SUCESIVAS?

Imagina que tienes tres números que son a, b y c (estas letras representan a los números que quieras y lo hacemos así, porque nos resulta más fácil.)

Primero: Calculas el m.c.d.(a,b).
Suponemos que es x el m.c.d.(a,b)

Segundo: Calculas el m.c.d.(c,x) y el último divisor será el m.c.d.(a,b,c):

3.68 Vamos a calcular el m.c.d.(24679, 20387,16169)

1º Hallamos el m.c.d.(24679,20387):

	1	4	1	3
24679	20387	4292	3219	1073
4292	3219	1073	0	

El m.c.d.(24679,20387) es 1073

2º Ahora tenemos que calcular el m.c.d.(16169,1073):

	15	14	2
16169	1073	74	37
5439	333	0	
1074	37		

El m.c.d.(24679,20387,16169) = 37

3.69 Calcula el m.c.d.(2145,120,75)

Respuesta: 15.

CALCULAR EL M.C.D. DE MÁS DE TRES NÚMEROS:

1° Calculas el m.c.d. de los dos primeros.

2° Calculas el m.c.d. del tercer número y el resultante de los dos primeros.

3° El 4° número con el que has obtenido en el paso anterior, y así, sucesivamente.

3.70 Calcular el m.c.d.(61893,11661,5874,1794)

1° Hallamos el m.c.d.(61893,11661):

	5	3	4
61893	11661	3588	897
3588	897	0	

2° Calculamos el m.c.d.(5874,897):

	6	1	1	4	1	1	1	9
5874	897	492	405	87	57	30	27	3
492	405	87	57	30	27	3	0	

3° Calculamos el m.c.d.(1794,3):

	598
1794	3
29	
24	
0	

Acabamos de hallar el **m.c.d.(61893,11661,5874,1794) = 3**

3.71 Halla el m.c.d.(375,300,165,75)

Respuesta: 15.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO:

Observa las tres palabras

Mínimo: el más pequeño.

Común: que sirve para todos los números que se proponen en ese momento.

Múltiplo: número que contiene a otro o a otros, un número exacto de veces.

Ejemplo:

6 es el múltiplo más pequeño que contiene a 2 y 3 a la vez.

15 es el múltiplo más pequeño que contiene a 3 y 5 a la vez.

24 también contiene a 2 y 3, pero no es el múltiplo más pequeño.

75 también contiene a 3 y 5, pero no es el múltiplo más pequeño.

El m.c.m.(2,3) = 6

El m.c.m.(3,5) = 15

¿CÓMO SE CALCULA EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO?:

Estudiarás dos maneras de calcularlo:

1^a Por descomposición en sus factores primos.

2^a Por divisiones sucesivas.

3.72 Calcular el m.c.m.(185,75)

Por el método de descomposición en sus factores primos, tenemos:

$$\begin{array}{r|l} 185 & \\ \hline 185 & 5 \\ 37 & 37 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 25 & \\ \hline 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$185 = 5 \times 37$$

$$25 = 5^2$$

$$\text{m.c.m} = 5^2 \times 37 = 925$$

$$\text{m.c.m.}(185,25) = 925$$

Es tan sencillo el cálculo del m.c.m. que basta que sepas:

Se toman todos los factores que sean diferentes y los que sean iguales, el que tenga el exponente más grande. Si tienen iguales los exponentes, se toma uno de los factores.

En el último ejercicio vemos que tienen el factor 5 los dos números.

En este caso tomamos el de mayor exponente: 5^2

Factor diferente es el 37.

925 es el número más pequeño que podemos dividir entre 185 y 25 de modo que los cocientes son exactos. El resto vale cero.

3.73 Calcular el número más pequeño al que podemos dividir por 234 y 184, de modo que el resto sea cero:

$$\begin{array}{r|l} 234 & 2 \\ 117 & 3 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 184 & 2 \\ 92 & 2 \\ 46 & 2 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

$$234 = 2 \times 3^2 \times 13$$

$$184 = 2^3 \times 23$$

$$\text{m.c.m.}(234, 184) = 2^3 \times 3^2 \times 13 \times 23 = 21528$$

21528 es el número menor que al dividir por 234 y 184 obtenemos un cociente exacto, es decir, el resto vale cero.

3.74 Calcula el número más pequeño que existe que al dividir por 20631 y 3887 los cocientes sean exactos:

Respuesta: 268203

Por si has tenido dificultades:

$\begin{array}{r} 20631 \\ 20631 \overline{) 3} \\ 6877 \overline{) 13} \\ 529 \overline{) 23} \\ 23 \overline{) 23} \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3887 \\ 3887 \overline{) 13} \\ 299 \overline{) 13} \\ 23 \overline{) 23} \\ 1 \end{array}$
--	---

$$20631 = 3 \times 13 \times 23^2$$

$$3887 = 13^2 \times 23$$

$$\text{m.c.m.}(20631, 3887) = 3 \times 13^2 \times 23^2 = 268203$$

Hay un solo factor diferente que es el 3.

Los factores 13 y 23 que son comunes, tomamos con el mayor exponente.

268203 es el número más pequeño que existe de modo que al dividir por 20631 y 3887 los cocientes son exactos.

3.75 Calcula el m.c.m.(375,135)

Respuesta: 3375

$$\begin{array}{r|l} 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$375 = 3 \times 5^3$$

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$\text{m.c.m.}(375,135) = 3^3 \times 5^3 = 3375$$

3.76 Calcula el menor número existente que al dividirlo por 3059 y 1173 los cocientes son exactos:

Respuesta: 156009

$$\begin{array}{r|l} 3059 & 7 \\ 437 & 19 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1173 & 3 \\ 391 & 17 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

$$3059 = 7 \times 19 \times 23$$

$$1173 = 3 \times 17 \times 23$$

$$\text{m.c.m.}(3059,1173) = 3 \times 7 \times 17 \times 19 \times 23 = 156009$$

¿CÓMO SE CALCULA EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE MÁS DE TRES NÚMEROS?

- 1° Calculas el m.c.m. de los dos primeros.
- 2° Calculas el m.c.m. del tercero y el m.c.m. que has hallado en el paso anterior.
- 3° Tomas el cuarto número y el m.c.m. del paso anterior, y así, sucesivamente.

3.77 Calcular el m.c.m.(11,111,1111,11111)

1° Calculamos el m.c.m. de 11 y 111

$$11=11$$

$$111=3 \times 37$$

$$\text{m.c.m.}(11,111) = 3 \times 11 \times 37 = 1221$$

2° Calculamos el m.c.m. de 1111 y 1221

$$1111=11 \times 101$$

$$1221=3 \times 11 \times 37$$

$$\text{m.cm.}(1111,1221) = 123321$$

3° Calculamos el m.cm. de 11111 y 123321

$$11111=41 \times 271$$

$$123321=3 \times 11 \times 37 \times 101$$

$$\text{m.c.m.}(11111,123321) = 1370219631$$

Como verás, el número más pequeño que existe capaz de ser dividido por 11, 111, 1111 y 11111 y que los cocientes sean exactos nos ha resultado muy grande. En estas divisiones el resto es cero.

3.78 Calcula el m.c.m.(12,42,126)

Respuesta: m.cm.(12,42) = 84; m.c.m.(84,126) = 252

¿PARA QUÉ SIRVE SABER CÓMO SE CALCULA EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO?

Te ayudan a resolver algunos problemas:

3.79 Cuatro amigos que viven en un pueblo y estudian en lugares diferentes vienen a casa uno cada 6 días, otro cada 8, otro

cada 10 y el cuarto cada 12. Suponiendo que hoy 7 de marzo se han encontrado en el pueblo ¿ qué día volverán a encontrarse?

Solución:

Tendremos que hallar un número, el más pequeño, que sea múltiplo de 6, 8, 10 y 12, como ves, tenemos que calcular el m.c.m.(6,8,10,12).

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2^3$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$\text{m.c.m}(6, 8, 10, 12) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

Volverán a verse 120 días después, porque este número puede ser dividido exactamente por 6, 8, 10 y 12.

Como suponemos que hoy es 7 de marzo

Nos quedan de marzo $31 - 7 = 24$ días

Abril.....30

Mayo.....31

Junio.....30

Total de días que han pasado hasta el 30 de junio: $24+30+31+30 = 115$ días

Nos sobran todavía $120 - 115 = 5$ días, luego, a partir del 30 de junio contamos 5 días y será el día 5 de julio cuando vuelvan a encontrarse.

3.80 ¿Podríamos completar la carga de un camión con máquinas que pesan 625 kilos cada una o con unas planchas de hierro de 500 kilos cada una o bien con unas viguetas de hormigón de 80 kilos cada una?

Respuesta: *Sí*

Solución:

Calculamos un múltiplo, el más pequeño, que contenga a 625, 500 y 80 al mismo tiempo, es decir, el múltiplo más pequeño de 625, 500 y 80:

Calculamos primero el m.c.m.(625,500):

625	500
$625 \mid 5$	$500 \mid 2$
$125 \mid 5$	$250 \mid 2$
$25 \mid 5$	$125 \mid 5$
$5 \mid 5$	$25 \mid 5$
$1 \mid$	$5 \mid 5$
	$1 \mid$

$$625 = 5^4$$

$$500 = 2^2 \times 5^3$$

$$\text{m.c.m.}(625, 500) = 2^2 \times 5^4 = 2500$$

Calculamos ahora el m.c.m.(2500,80)

2500	80
$2500 \mid 2$	$80 \mid 2$
$1250 \mid 2$	$40 \mid 2$
$625 \mid 5$	$20 \mid 2$
$125 \mid 5$	$10 \mid 2$
$25 \mid 5$	$5 \mid 5$
$5 \mid 5$	$1 \mid$
$1 \mid$	

$$2500 = 2^2 \times 5^4$$

$$80 = 2^4 \times 5$$

$$\text{m.c.m.}(2500, 80) = 2^4 \times 5^4 = 10000$$

Con un peso de 10000 kilos podemos transportar:

$$\frac{10000}{625} = 16 \rightarrow \text{máquinas}$$

ó

$$\frac{10000}{500} = 20 \rightarrow \text{planchas}$$

ó

$$\frac{10000}{80} = 125 \rightarrow \text{viguetas}$$

3.81 Tres cables de cobre que miden 110, 90 y 75 metros los dividimos en trozos de igual longitud sin que queden restos. ¿Cuál será la longitud de cada trozo?

Respuesta: **cada trozo deberá medir 5 metros.**

Solución:

Tenemos que calcular el divisor más grande que sea común a 110, 90 y 75. Por lo tanto, tenemos que hallar el MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE 110, 90 Y 75.

El m.c.d.(110,90,75) = 5.

Si dividimos a 110, 90 y 75 en trozos de 5 metros, verás que aprovechamos todos los cables. No nos sobra nada.

¿CÓMO SE CALCULA EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO POR EL MÉTODO DE LAS DIVISIONES SUCESIVAS?.

Este cálculo es sencillísimo. Veamos con un ejemplo:

Calcular el m.c.m.(164,72) por el método de las divisiones sucesivas:

1º Calculamos su m.c.d. de los dos números:

	2	3	1	1	2
164	72	20	12	8	4
20	12	8	4	0	

2º Multiplicamos los dos números y el producto lo dividimos por su m.c.d.:

$$\text{m.c.m}(164, 72) = \frac{164 \times 72}{4} = 2952$$

3.82 Calcula por el método de divisiones sucesivas el m.c.m.(2100,420):

Respuesta: 2100 (el m.c.d. es 420)

3.83 Calcula por el método de divisiones sucesivas el m.c.m.(6210,1420):

Respuesta: 881820 (el m.c.d. es 10)

CÁLCULO DEL m.c.m. DE MÁS DE DOS NÚMEROS:

Vamos a calcular el m.c.m.(702,1176,2772,5500):

1º Calculamos el m.c.m.(702,1176)

$$\text{El m.c.d.}(702,1176) = 6; \text{ m.c.m.} = \frac{702 \times 1176}{6} = 137592$$

2º Calculamos el m.c.m.(137592,2772):

$$\text{El m.c.d.}(137592,2772) = 252;$$

$$\text{m.c.m.} = \frac{137592 \times 2772}{252} = 1513512$$

3° Calculamos el m.c.m.(1513512,5500):

$$\text{El m.c.d.}(1513512,5500) = 44$$

$$\text{m.c.m.} = \frac{1513512 \times 5500}{44} = 189189000$$

3.84 Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los números: 18, 64, 72 y 114. Por el método de divisiones sucesivas:

Respuestas: el m.c.d.(18,64,72,114) = **6**

El m.c.m.(18,64,72,114) = **76608**